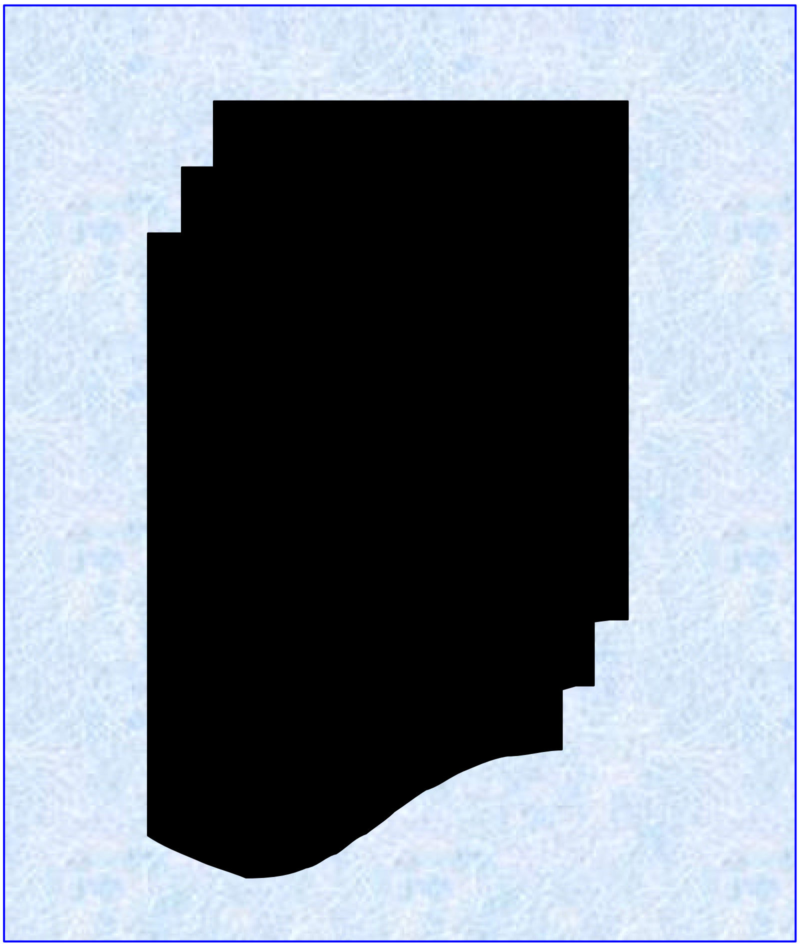
KODE MAT. 08

BILANGAN REAL

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT.08

Bilangan Real



PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT. 08

Bilangan Real

Penyusun:

Drs. Mega Teguh B., M.Pd.

Editor:
Dr. Manuharawati, MSi.
Dra. Kusrini, M.Pd.

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia dan hidayah-Nya, kami dapat menyusun bahan ajar modul manual untuk SMK Bidang Adaptif, yakni mata pelajaran Fisika, Kimia dan Matematika. Modul yang disusun ini menggunakan pendekatan pembelajaran berdasarkan kompetensi, sebagai konsekuensi logis dari Kurikulum SMK Edisi 2004 yang menggunakan pendekatan kompetensi *(CBT: Competency Based Training).*

Sumber dan bahan ajar pokok Kurikulum SMK Edisi 2004 adalah modul, baik modul manual maupun interaktif dengan mengacu pada Standar Kompetensi Nasional (SKN) atau standarisasi pada dunia kerja dan industri. Dengan modul ini, diharapkan digunakan sebagai sumber belajar pokok oleh peserta diklat untuk mencapai kompetensi kerja standar yang diharapkan dunia kerja dan industri.

Modul ini disusun melalui beberapa tahapan proses, yakni mulai dari penyiapan materi modul, penyusunan naskah secara tertulis, kemudian disetting dengan bantuan alat-alat komputer, serta divalidasi dan diujicobakan empirik secara terbatas. Validasi dilakukan dengan teknik telaah ahli (*expert-judgment*), sementara ujicoba empirik dilakukan pada beberapa peserta diklat SMK. Harapannya, modul yang telah disusun ini merupakan bahan dan sumber belajar yang berbobot untuk membekali peserta diklat kompetensi kerja yang diharapkan. Namun demikian, karena dinamika perubahan sain dan teknologi di industri begitu cepat terjadi, maka modul ini masih akan selalu dimintakan masukan untuk bahan perbaikan atau direvisi agar supaya selalu relevan dengan kondisi lapangan.

Pekerjaan berat ini dapat terselesaikan, tentu dengan banyaknya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang perlu diberikan penghargaan dan ucapan terima kasih. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini tidak berlebihan bilamana disampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada berbagai pihak, terutama tim penyusun modul (penulis, editor, tenaga komputerisasi modul, tenaga ahli desain grafis) atas dedikasi, pengorbanan waktu, tenaga, dan pikiran untuk menyelesaikan penyusunan modul ini.

Kami mengharapkan saran dan kritik dari para pakar di bidang psikologi, praktisi dunia usaha dan industri, dan pakar akademik sebagai bahan untuk melakukan peningkatan kualitas modul. Diharapkan para pemakai berpegang pada azas keterlaksanaan, kesesuaian dan fleksibilitas, dengan mengacu pada perkembangan IPTEK pada dunia usaha dan industri dan potensi SMK dan dukungan dunia usaha industri dalam rangka membekali kompetensi yang terstandar pada peserta diklat.

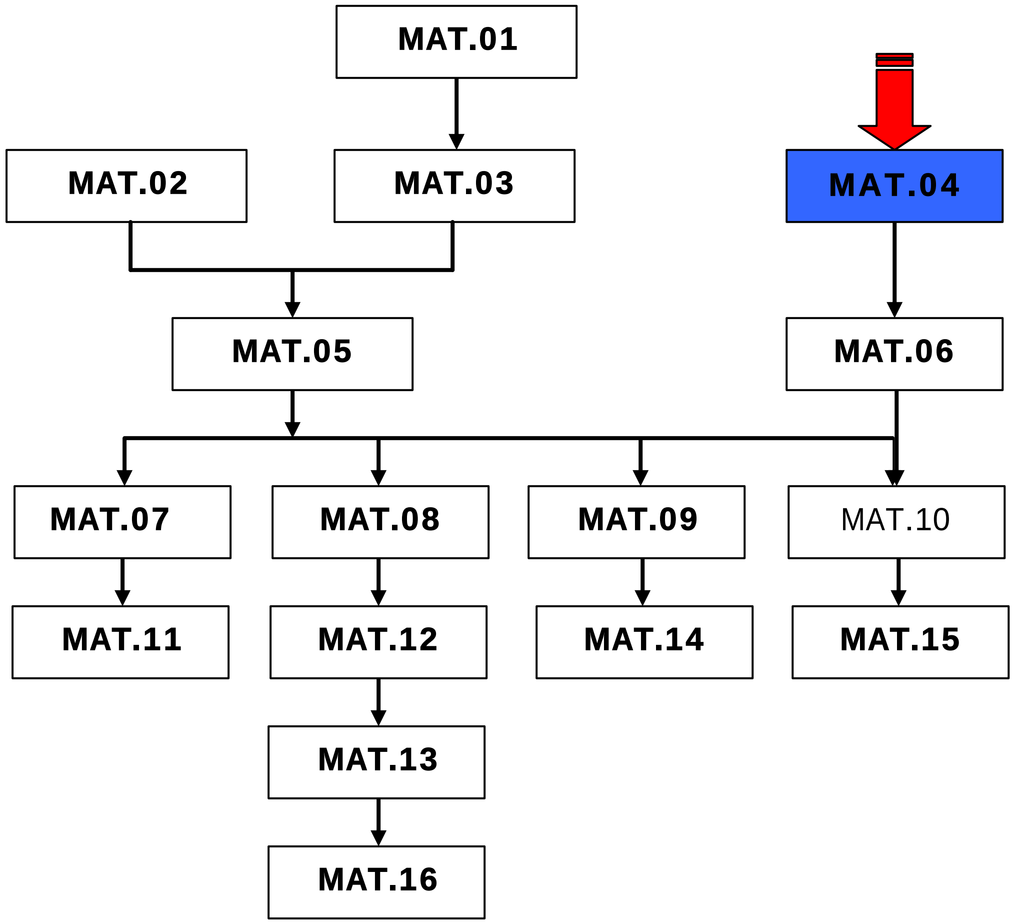
Demikian, semoga modul ini dapat bermanfaat bagi kita semua, khususnya peserta diklat SMK Bidang Adaptif untuk mata pelajaran Matematika, Fisika, Kimia, atau praktisi yang sedang mengembangkan modul pembelajaran untuk SMK.

Jakarta, Desember 2004
a. n. Direktur Jenderal Pendidikan
Dasar dan Menengah
Direktur Pendidikan Menengah Kejuruan,

Dr. Ir. Gatot Hari Priowirjanto, M. Sc.
NIP 130 675 814

DAFTAR ISI

PETA KEDUDUKAN MODUL



Daftar Judul Modul

No.	Kode Modul	Judul Modul
1	MAT.01	Matrik
2	MAT.02	Logika Matematika
3	MAT.03	Persamaan dan Pertidaksamaan
4	MAT.04	Geometri Dimensi Dua
5	MAT.05	Relasi Dan Fungsi
6	MAT.06	Geometri Dimensi Tiga
7	MAT.07	Peluang
8	MAT.08	Bilangan Real
9	MAT.09	Trigonometri
10	MAT.10	Irisan Kerucut
11	MAT.11	Statistika
12	MAT.12	Barisan
13	MAT.13	Aproksimasi Kesalahan
14	MAT.14	ProgramLinier
15	MAT.15	Vektor
16	MAT.16	Matematika Keuangan

Glossary

ISTILAH	KETERANGAN
Bilangan real	Bilangan nyata. Bilangan nyata yang dimaksud di sini adalah semua bilangan yang secara tertulis dapat dipelajari dan diajarkan secara aksiomatik. Bilangan real terdiri dari dua jenis bilangan yaitu bilangan rasional dan irasional.
Bilangan rasional	Bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan b ? 0 misal: $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{1}$? 4, 0,25 dan lain-lain
Bilangan irasional	Bilangan irasional yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan b ? 0 misal: $\sqrt{3}$, ? , 0.
Membandingkan	Bila kita mengamati 2 buah benda, kita dapat membandingkan ukuran kedua benda tersebut, misalnya membandingkan tingginya, panjangnya, beratnya dan sebagainya. Untuk membandingkan dua ukuran dapat dinyatakan dengan *hasil bagi* dari kedua *ukuran* tersebut.
Bilangan pecahan	Bilangan yang menyatakan setengah dan seperempat dinamakan bilangan pecahan. Jadi bilangan yang dinyatakan dalam bentuk “$\frac{a}{b}$” disebut bilangan pecahan dengan “ a” sebagai pembilang dan “b” sebagai penyebut, dengan a,b bilangan cacah dan b ? nol.

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Dalam modul ini anda akan mempelajari tentang operasi pada bilangan real meliputi: operasi pada bilangan bulat dan pecahan, operasi pada bilangan berpangkat, menerapkan operasi pada bilangan irasional (bentuk akar), operasi pada logaritma. Sistem bilangan real, operasi pada bilangan bulat dan pecahan, konversi bilangan-bilangan bulat dan bilangan pecahan ke atau dari bentuk persen, pecahan desimal, pecahan campuran. Pada modul ini juga mempelajari masalah perbandingan (senilai dan berbalik nilai), skala, dan persen, serta yang terakhir adalah penerapan bilangan real dalam menyelesaikan masalah kejuruan.

B. Prasyarat

Prasyarat untuk mempelajari modul ini adalah anda harus sudah mempelajari konsep dasar penjumlahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan bulat dan dapat menguasai teknik menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan, dan membagikan dua bilangan atau lebih secara baik.

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Pelajari daftar isi serta skema modul dengan cermat, karena daftar isi dan skema akan menuntun anda dalam mempelajari modul ini dan kaitannya dengan modul-modul yang lain.
2. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.

3. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5. Jika anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari modul ini diharapkan anda dapat:

1. Memahami tentang sistem bilangan real dan operasinya meliputi: operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan bulat dan pecahan.
2. Memahami tentang konversi bilangan, perbandingan, skala, dan persen serta dapat menyelesaikan soal yang berkaitan dengan konversi bilangan, perbandingan, skala, dan persen.
3. Menerapkan bilangan real dalam menyelesaikan masalah kejuruan.
4. Menerapkan konsep skala, perbandingan, perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.
5. Menerapkan pangkat tak sebenarnya untuk memecahkan masalah.
6. Menerapkan konsep ligaritma untuk memecahkan masalah.
7. Menggunakan tabel logaritma untuk mencari nilai suatu logaritma suatu bilangan.
8. Menggunakan tabel logaritma untuk mencari nilai suatu anti logaritma suatu bilangan.

E. Kompetensi

KOMPETENSI : BILANGAN REAL
PROGRAM KEAHLIAN : program adaptif
KODE : MATEMATIKA/MAT 08
DURASI PEMBELAJARAN : 68 Jam @ 45 menit

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Menerapkan operasi pada bilangan real	✍ Bilangan real dibedakan sesuai macamnya. ✍ Dua atau lebih bilangan bulat dioperasikan (dijumlah, dikurang, dikali, dibagi) sesuai dengan prosedur. ✍ Dua atau lebih bilangan pecahan, dioperasikan (dijumlah, dikurang, dikali, dibagi) sesuai dengan prosedur. ✍ Bilangan pecahan dikonversi ke bentuk persen, atau pecahan desimal, sesuai prosedur. ✍ Konsep perbandingan (senilai dan berbalik nilai), skala, dan persen digunakan dalam penyelesaian masalah kejuruan.	✍ Sistem bilangan real. ✍ Operasi pada bilangan bulat. ✍ Operasi pada bilangan pecahan. ✍ Konversi bilangan. ✍ Perbandingan (senilai dan berbalik nilai), skala, dan persen. ✍ Penerapan bilangan real dalam menyelesaikan masalah kejuruan.	✍ Teliti dan cermat dalam perhitungan bilangan real.	✍ Macam-macam bilangan real. ✍ Pengoperasian dua atau lebih bilangan bulat. ✍ Pengoperasian dua atau lebih bilangan pecahan. ✍ Konversi pecahan ke bentuk persen, pecahan desimal, atau persen. ✍ Perbandingan (senilai, dan berbalik nilai) skala dan persen. ✍ Penyelesaian masalah kejuruan.	✍ Menghitung dan mengoperasikan bilangan real.

<table>
<tr><th rowspan="2">SUB KOMPETENSI</th><th rowspan="2">KRITERIA KINERJA</th><th rowspan="2">LINGKUP BELAJAR</th><th colspan="3">MATERI POKOK PEMBELAJARAN</th></tr>
<tr><th>SIKAP</th><th>PENGETAHUAN</th><th>KETERAMPILAN</th></tr>
<tr><td>2. Menerapkan operasi pada bilangan berpangkat</td><td>✍ Bilangan berpangkat dijelaskan sesuai dengan konsep yang berlaku.
✍ Bilangan berpangkat diopera-sikan sesuai dengan sifat-sifatnya.
✍ Bilangan berpangkat disederhanakan atau ditentukan nilainya dengan menggunakan sifat-sifat bilangan berpangkat.
✍ Konsep bilangan berpangkat diterapkan dalam penyelesaian masalah.</td><td>✍ Konsep bilangan berpangkat dan sifat-sifatnya.
✍ Operasi pada bilangan ber-pangkat.
✍ Penyederhanaan bilangan berpangkat.</td><td></td><td>✍ Penjelasan konsep dan sifat-sifat bilangan berpangkat.
✍ Pengoperasian bilangan berpangkat.
✍ Penyederhanaan bilangan berpangkat.
✍ Penyelesaian masalah.</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>3. Menerapkan operasi pada bilangan irasional (bentuk akar)</td><td>✍ Bilangan real diklasifikasi ke bentuk akar dan bukan bentuk akar sesuai dengan konsep yang berlaku.
✍ Bilangan bentuk akar dioperasikan sesuai dengan sifat-sifatnya.
✍ Bilangan bentuk akar disederhanakan atau ditentukan nilainya dengan menggunakan sifat-sifat bentuk akar.
✍ Konsep bilangan irasional diterapkan dalam penyelesai-an masalah.</td><td>✍ Konsep bilangan irasional
✍ Operasi pada bilangan bentuk akar.
✍ Penyederhanaan bilangan bentuk akar.
✍ Digunakan untuk :
- Perhitungan konversi ukuran</td><td></td><td>✍ Penjelasan konsep dan sifat-sifat bilangan irasional.
✍ Pengoperasian bilangan irasional.
✍ Penyederhanaan bilangan irasional.
✍ Penyelesaian masalah.</td></tr>
</table>

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
4. Menggunakan konsep logaritma	✍ Pengertian logaritma dideskripsikan dengan tepat. ✍ Operasi logaritma diselesaikan sesuai dengan sifat-sifatnya. ✍ Soal-soal logaritma diselesaikan dengan membaca tabel dan tanpa table. ✍ Permasalahan bidang keahlian diselesaikan dengan menggunakan logaritma.	✍ Konsep logaritma. ✍ Operasi pada logaritma.		✍ Penjelasan konsep logaritma. ✍ Pengoperasian logaritma ✍ Penyelesaian masalah logaritma.	

F. Cek kemampuan

Kerjakanlah soal-soal di bawah ini. Jika Anda merasa dapat mengerjakan semua soal berikut. maka anda dapat langsung mengerjakan soal-soal Evaluasi pada BAB III.

1. Tulis dalam bentuk pangkat negatif

   a) $\frac{3}{a^3}$

   b) $\frac{1}{2x^2y}$

   c) $\frac{1}{9a^3b^2}$

   d) $\frac{3ab}{6a^3b^4}$

2. Sederhanakan:

   a) $12 \,.\, 2^{-2} \,.\, 3^{-4}$

   b) $\frac{12^n.9^2.3^{n?2}}{2^{n?1}.3^{n?1}}$

3. Hitunglah

   a) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

   b) $(3^8)^{\frac{1}{2}}$

   c) $(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$

   d) $(2^2a^3b^4)^0$

4. Tulis dalam pangkat pecah

   a. $\sqrt[3]{3^4x^4y^2}$

   b. $\sqrt[4]{2^5x^3y^2}$

   c. $\sqrt[2]{2^3p^3q}$

5. Rasionalkan

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b. $\frac{2}{3 ? \sqrt{3}}$ c. $\frac{3}{\sqrt{3} ? \sqrt{2}}$

6. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, hitunglah!
   a. log 2
   b. log 48

7. Hitung x dari persamaan berikut ini.
   a. ${}^{3}\log(2x ? 5) = 2$
   b. ${}^{5}\log(15 ? 5x) = 3$

8. Sederhanakan
   a. ${}^{4}\log 2 + {}^{4}\log 8 + {}^{4}\log 12 - {}^{4}\log 3$
   b. ${}^{3}\log 6 + {}^{3}\log 12 - {}^{3}\log 8$

9. Seorang ayah akan membagikan sejumlah uang kepada tiga orang anaknya. Anak pertama memperoleh $\frac{1}{2}$ bagian, anak kedua $\frac{1}{3}$ bagian. Berapa bagian yang diperoleh anak ketiga?

10. Lisa membeli 5 buah apel dan Tini membeli 8 buah apel, harga seluruhnya Rp 15.600,00. Berapakah banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa dan Tini?

BAB II. PEMBELAJARAN

A. Rencana Belajar Siswa

Kompetensi : Menerapkan konsep operasi bilangan real

Sub Kompetensi :
1. Menerapkan operasi pada bilangan real
2. Menerapkan operasi pada bilangan berpangkat
3. Menerapkan operasi pada bilangan irasional (bentuk akar)
4. Menerapkan konsep logaritma

Tulislah semua jenis kegiatan yang anda lakukan di dalam tabel kegiatan di bawah ini. Jika ada perubahan dari rencana semula, berilah alasannya kemudian meminta tanda tangan kepada guru atau instruktur anda.

Jenis Kegiatan	Tanggal	Waktu	Tempat Belajar	Alasan perubahan	Tanda Tangan Guru

B. Kegiatan Belajar

1. Kegiatan Belajar 1

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- Memahami pengertian sistem bilangan real dan membedakan bilangan real sesuai macamnya.
- Menentukan hasil operasi dari dua atau lebih bilangan bulat.
- Menentukan hasil operasi dari dua atau lebih bilangan pecahan.
- Mengkonversi pecahan ke bentuk persen, pecahan desimal, atau persen.
- Memahami pengertian perbandingan (senilai dan berbalik nilai), skala dan mampu menggunakan dalam menyelesaikan soal-soal.
- Menyelesaikan masalah kejuruan yang berkaitan dengan operasi pada bilangan real.

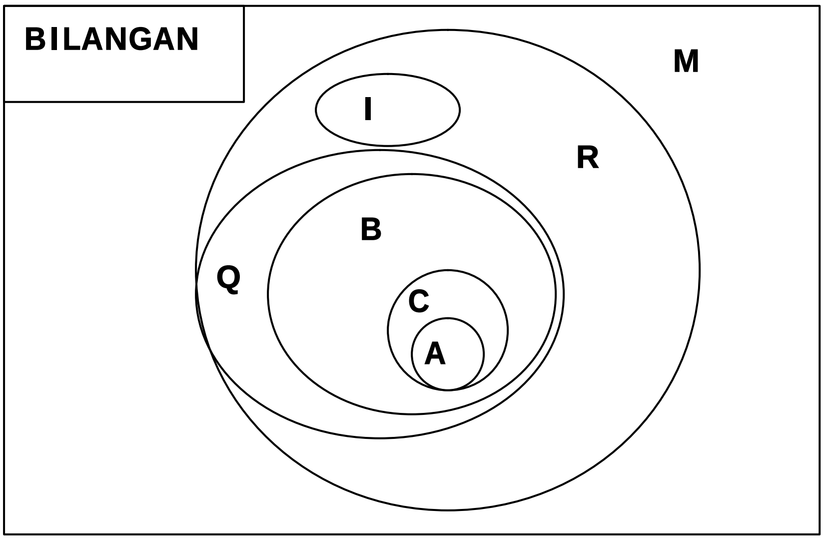
b. Uraian Materi

SISTEM BILANGAN REAL

Bilangan real mempunyai arti mentah yaitu bilangan nyata. Bilangan nyata yang dimaksud di sini adalah semua bilangan yang secara tertulis dapat dipelajari dan diajarkan secara aksiomatik. Kebalikan bilangan real adalah bilangan imajiner (tidak real). Bilangan real terdiri dari dua jenis bilangan yaitu bilangan rasional dan irasional. Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan b ? 0 misal: $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{1}$? 4, 0,25 dan lain-lain. Sedangkan bilangan irasional bukan bilangan rasional yaitu bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$

dengan a, b bilangan bulat dan b ? 0 misal: $\sqrt{3}$, ? , 0,143964032... (bilangan desimal yang dengan susunan tidak membentuk pola).

Untuk lebih jelasnya mengenai sistem bilangan real mari kita perhatikan diagram berikut:



KETERANGAN:

A = Bilangan asli yaitu {1,2,3,...}

C = Bilangan cacah yaitu {0,1,2,3,...}

B = Bilangan bulat yaitu { ...,-2,-1,0,1,2,...}

Q = Bilangan rasional misal $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{1}$? 4, 0,25

I = Bilangan irasional bukan bilangan rasional misal: $\sqrt{3}$, ? , 0,143964032...

R = Bilangan real terdiri dari bilangan asli, cacah, bulat, rasional dan irasional

M = bilangan imajiner bukan bilangan real misal: $\sqrt{?1}$, log (–1), dan lain-lain

Sifat-sifat operasi dasar pada bilangan real

Pada penjumlahan:

1. a+b = b+a, untuk setiap a,b bilangan real disebut sifat komutatif pada penjumlahan.
2. (a+b)+c = a+(b+c), untuk setiap a,b,c bilangan real disebut sifat asosiatif pada penjumlahan.

3. Ada bilangan nol yang merupakan bilangan real sedemikian hingga 0+a = a+0 = a; untuk setiap a bilangan real disebut sifat identitas, di mana 1 sebagai elemen identitas penjumlahan.
4. Untuk setiap a bilangan real terdapat –a anggota bilangan real sedemikian hingga a+(-a) = (-a) + a = 0 disebut sifat invers.

Pada perkalian:

1. a.b = b.a, untuk setiap a,b bilangan real disebut sifat komutatif pada perkalian.
2. (a.b).c = a.(b.c), untuk setiap a,b,c bilangan real disebut sifat asosiatif pada perkalian.
3. Ada a yang tidak sama dengan nol, bilangan real maka ada $\frac{1}{a}$ sedemikian hingga a. $\frac{1}{a}$ = $\frac{1}{a}$.a = 1 untuk setiap a bilangan real disebut sifat identitas, di mana 1 elemen identitas sedangkan $\frac{1}{a}$ adalah invers perkalian dari a.
4. a.(b+c) = a.b + a.c dan (b+c) a = b.a + c.a untuk setiap a,b,c bilangan real disebut sifat distributif.

OPERASI PADA BILANGAN BULAT

Kita ingat kembali himpunan bilangan cacah yaitu: {0,1,2,3,...}. Pada operasi penjumlahan bilangan cacah apakah berlaku sifat tertutup?, yakni hasil penjumlahan dua bilangan cacah adalah bilangan cacah juga. Sedangkan untuk operasi pengurangan pada bilangan cacah apakah juga berlaku sifat tertutup? Ketika operasi pengurangan dikenakan pada dua bilangan cacah akan muncul masalah ketika bilangan pengurangnya lebih besar dari yang dikurangi, sehingga muncullah bilangan bulat negatif sehingga perpaduan antara bilangan cacah dan bilangan bulat negatif kita namakan bilangan bulat.

Operasi pada bilangan bulat yang akan dibahas pada kegiatan 1 ini meliputi operasi penjumlahan dan pengurangan, serta perkalian dan pembagian.

PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN BULAT

Di SMP Anda sudah mempelajari penjumlahan, pengurangan, pembagian, dan perkalian bilangan bulat. Pada kegiatan ini diberikan *sebuah alternatif* untuk memudahkan Anda mengingatnya. Penjumlahan dan pengurangan dapat kita gunakan aturan sebagai berikut:

1. Untuk penjumlahan yang melibatkan bilangan nol, maka kita menggunakan aturan 0 + a = a dan a + 0 = a.

   Contoh 1 : a) 8 + 0 = 8 b) (-5) +0 = -5 c) 0 + 6 = 6.

2. Untuk menjumlahkan dua bilangan bulat yang bukan nol adalah sebagai berikut:

   a) Jika dua bilangan mempunyai tanda yang sama (keduanya bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif) maka perhatikan langkah-langkah berikut:

      1) Tentukan nilai mutlak kedua bilangan tersebut
      2) Jumlahkan kedua bilangan tersebut seperti pada bilangan asli.
      3) Tempatkan tanda positif atau negatif sesuai dengan tanda kedua bilangan yang dijumlahkan pada langkah (2).

   Contoh 2 :

$$\begin{array}{r} +8 \\ +6 \\ \hline \end{array} +$$

Sesuai 1) dan 2)

$$\begin{array}{r} 8 \\ 6 \\ \hline 14 \end{array} +$$

sesuai 3) diperoleh +14

$$\begin{array}{r} -4 \\ -6 \\ \hline \end{array} +$$

Sesuai 1) dan 2)

$$\begin{array}{r} -4 \\ -6 \\ \hline -10 \end{array} +$$

sesuai 3) diperoleh - 10

b) Jika dua bilangan mempunyai tanda yang sama (keduanya bilangan bulat positif atau bilangan bulat negatif) maka perhatikan langkah-langkah berikut:

1) Tentukan nilai mutlak kedua bilangan tersebut
2) Kurangkan bilangan yang besar dengan yang kecil.
3) Tempatkan tanda sesuai dengan bilangan tanda bilangan yang nilai absolutnya terbesar pada hasil langkah (2).

<u>Contoh 3</u>

$$\begin{array}{r} +4 \\ \underline{-6} \end{array} +$$ Sesuai 1) dan 2) $$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{4} \\ 2 \end{array} -$$ sesuai 3) diperoleh - 2

$$\begin{array}{r} -6 \\ \underline{+10} \end{array} +$$ Sesuai 1) dan 2) $$\begin{array}{r} 10 \\ \underline{-6} \\ 4 \end{array} +$$ sesuai 3) diperoleh +4

Sedangkan pada pengurangan bilangan bulat didefinisikan dengan:

$$\boxed{a - b = a + (-b)}$$

Misal: a) (-3) – (-4) = (-3) + 4 = +1

b) 3 – 4 = 3 + (-4) = -1

c) 3 – (-4) = 3 + 4 = 7

Pada perkalian atau pembagian bilangan bulat didapatkan:

? Hasil perkalian dua bilangan bulat yang lambangnya bertanda sama adalah bilangan positif.

<u>Contoh 4.</u> 3 x 4 = 12 (-6) x (-5) = 30

? Hasil perkalian dua bilangan bulat yang lambangnya berbeda tanda adalah bilangan bulat negatif.

<u>Contoh 5</u> (-5) x 4 = (-20) (3 x (-6) = (-18)

OPERASI PADA BILANGAN PECAHAN

Pak Iwan mempunyai selembar karton yang berbentuk persegi seperti pada gambar. Pak Iwan ingin membagikan karton kepada dua orang anak sebagai tempat untuk tugas melukis. Berapa bagian yang diterima masing-masing anak itu? Bagaimana Anda menuliskan lambang bilangan yang menyatakan "setengah"? Jika karton itu dibagikan kepada 4 orang anak. Berapa bagian yang diterima masing-masing anak itu? Bagaimana Anda menuliskan lambang bilangan yang menyatakan "seperempat"?

Bilangan yang menyatakan setengah dan seperempat dinamakan bilangan pecahan. Jadi bilangan yang dinyatakan dalam bentuk "$\frac{a}{b}$" disebut bilangan pecahan dengan " a" sebagai pembilang dan "b" sebagai penyebut, dengan a,b bilangan cacah dan b ? nol.

PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN PECAHAN

Pada penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan menggunakan prinsip yang sama seperti pada pejumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat.

1) Jika dua bilangan yang dijumlahkan atau yang dikurangkan penyebutnya sama, maka berlaku:

$$\boxed{\frac{a}{c} ? \frac{b}{c} ? \frac{a ? b}{c}; untuk\ a, b, c\ bilangan\ bulat\ dan\ c ? \ nol}$$

Contoh 6

a) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ c) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{(?1) ? 3}{4} = \frac{2}{4}$

2) Jika dua bilangan yang dijumlahkan atau yang dikurangkan penyebutnya berbeda/tidak sama, maka berlaku:

$$\boxed{\frac{a}{b} ? \frac{c}{d} ? \frac{ad ? bc}{bd}; untuk\ a, b, c, d\ bilangan\ bulat\ dan\ b, d\ ? \ nol}$$

Contoh 7

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=\frac{4 ? 6}{12} \quad =\frac{10}{12}$ setelah disederhanakan menjadi $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9 ? 4}{12} \quad = \frac{5}{12}$

c) $-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{(?4) ? 9}{12} \quad = \frac{5}{12}$

PERKALIAN DAN PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN

Pada perkalian dan pembagian bilangan pecahan menggunakan prinsip yang sama seperti pada perkalian dan pembagian pada bilangan bulat. Pada perkalian dan pembagian ini tidak mensyaratkan penyebut dari kedua bilangan pecahan sama.

Pada Perkalian

Jika dua bilangan pecahan dikalikan, maka menghasilkan bilangan pecahan baru dengan pembilang merupakan hasil perkalian pembilang dari dua bilangan pecahan tersebut, sedangkan penyebut merupakan hasil perkalian penyebut dari dua buah bilangan pecahan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

$$\boxed{\frac{a}{b}\, x\, \frac{c}{d} \;?\; \frac{ac}{bd}; \textit{untuk } a,b,c,d \textit{ bilangan bulat dan } b,d \;?\; \textit{nol}}$$

Contoh 6

a) $\frac{1}{4}\text{x}\frac{2}{3}= \frac{1x2}{4x3}=\frac{2}{12}$

b) $\frac{3}{4}\text{x}(-\frac{1}{4}) =-\frac{3x1}{4x4}=-\frac{3}{16}$

c) $(-\frac{1}{4})\text{x}(-\frac{3}{5})= \frac{1 \;\; x \;\; 3}{4 \;\; x \;\; 5} \quad = \frac{3}{20}$

Pada Pembagian

Jika dua bilangan pecahan dibagikan, maka menjadi perkalian dua bilangan pecahan tadi dengan catatan pecahan yang kedua dibalik (artinya pembilang pecahan menjadi penyebut dan sebaliknya) sehingga menghasilkan bilangan pecahan baru dengan prosedur seperti di atas. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \;?\; \frac{a}{b} x \frac{d}{c} \;?\; \frac{ad}{bc}; \textit{untuk } a, b, c, d \textit{ bilangan bulat dan } b, c \;?\; nol}$$

<u>Contoh 9</u>

a) $\frac{1}{3} : \frac{2}{4} = \frac{1}{3} \text{x} \frac{4}{2} \quad = \frac{4}{6}$ setelah disederhanakan menjadi $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4} : (-\frac{1}{3}) = \frac{3}{4} \text{ x } (-\frac{3}{1}) \;=\; -\frac{3x3}{4x1} \;=\; -\frac{9}{4}$

c) $(-\frac{1}{3}) : \frac{3}{5} = (-\frac{1}{3}) \text{ x} \frac{5}{3} \;=\; -\frac{5}{9}$

Mengubah Pecahan Biasa menjadi Pecahan Desimal

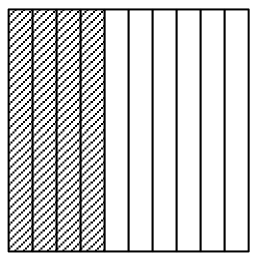
Diskusikan

Pak Andi mempunyai 0,4 hektar sawah. Sawah tersebut akan ditanami padi. Apa yang dimaksud dengan 0,4 hektar?

Perhatikan model di samping!

a) Bagian yang diarsir menyatakan pecahan berapa?

b) Bagaimana bentuk desimal dari pecahan tersebut?



Gb. 3

Perhatikan contoh berikut:

<u>Contoh 10</u>

a. Ubahlah pecahan $\frac{4}{25}$ ke dalam bentuk desimal

<u>Jawab :</u> $\frac{4}{25} \;?\; \frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{25 x 4} \;?\; \frac{\cdots\cdots}{100} \;?\; \ldots\ldots$

b. Ubahlah pecahan $\frac{48}{5}$ ke dalam bentuk desimal

<u>*Jawab :*</u> $\frac{48}{5} = 9{,}6$

c. Ubahlah pecahan $\frac{2}{15}$ ke dalam bentuk desimal

<u>*Jawab :*</u> $\frac{2}{15} = 0{,}1333....$

<u>*Catatan*</u>

Pecahan desimal 0,1333.. disebut *pecahan desimal berulang.*

Untuk menyatakan bahwa pecahan itu berulang, angka berulang cukup ditulis satu kali saja dan di atasnya tanda " – ", jadi $\frac{2}{15} = 0{,}13333$ .... Atau $\frac{2}{15} = 0{,}1\bar{3}$

Mengubah Pecahan Biasa menjadi Persen

Jika Anda berbelanja ke toko swalayan biasanya di toko itu tercantum harga-harga barang yang didiskon. Misalnya "Diskon 30%". "Diskon 50%". Tahukah Anda yang dimaksud persen itu?

Apabila Anda membandingkan sebuah bilangan dengan 100 maka Anda akan menemukan persen. Jadi persen adalah pecahan yang berpenyebut 100, ditulis "%". Misalnya Anda dapat menuliskan perbandingan $\frac{16}{100}$ sebagai 16%, $\frac{125}{100}$ sebagai 125% dan sebagainya.

<u>*Contoh 11*</u>

Ubahlah pecahan-pecahan berikut dalam bentuk persen.

a. $\frac{6}{10}$ b. $\frac{3}{25}$ c. $3\frac{2}{25}$

Cara I :

a. $\frac{6}{10} ? \frac{........}{100} ? ....\%$

b. $\frac{3}{25} ? \frac{........}{100} ? ....\%$

c. $3\frac{2}{25} ? \frac{........}{100} ? ....\%$

Cara II

a. $\frac{6}{10} ? \frac{6}{10} x........\% ? ....\%$

b. $\frac{3}{25} ? \frac{3}{25} x........\% ? ....\%$

c. $3\frac{2}{25} ? \frac{7}{25} x........\% ? ....\%$

Dari hasil yang diperoleh di atas buatlah suatu kesimpulan bagaimana cara mengubah bentuk pecahan ke bentuk persen.

Selanjutnya bagaimanakah mengubah bentuk persen menjadi bentuk pecahan biasa.

SKALA

Dalam pelajaran IPS (geografi) sering kamu diminta untuk menentukan letak suatu pulau, sungai, kota, dan gunung pada suatu wilayah tertentu. Kalian tidak mungkin melihat keseluruhan dari hal tersebut. Untuk itu dibuatkanlah suatu gambar (atlas/peta) yang *mewakili* keadaan sebenarnya. Gambar itu dibuat sesuai dengan keadaan sebenarnya, dengan *perbandingan (skala)* tertentu.

Dalam membuat gedung sekolah juga dibuat gambar berskala yang disebut maket. Gedung dan maketnya mempunyai bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda. Dapat juga Anda membuat denah ruangan yang ada di sekolahmu. Ruangan dan denah yang Anda buat mempunyai bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda. Maket dan denah dibuat sesuai dengan keadaan sebenarnya dengan perbandingan (skala) tertentu. Anda dapat melihat dengan jelas posisi kota-kota, sungai-sungai, maupun bukit-bukit di propinsi Jawa Timur di peta.

Contoh 12

Pada peta Jawa Timur tertera tertera skala 1: 6.000.000. Jarak kota Banyuwangi dan Surabaya pada peta adalah 5 cm. Berapakah jarak sesungguhnya antara kedua kota itu?

Penyelesaian

Jarak dalam peta 5 cm

Skala 1 : 6.000.000

Jarak sesungguhnya 5 x 6.000.000 = 30.000.000

Jadi jarak sesungguhnya antara Surabaya dan banyuwangi adalah 30.000.000 cm = 300 km

Pernahkah Anda berfoto? Masih punya negatif film? Coba kalian cetak ke studio dengan ukuran 2X3 dan 4x6. Foto kedua ukuran itu mempunyai bentuk yang sama dengan semua bagian diperbesar dengan perbandingan yang sama. Jadi bagian-bagian yang bersesuaian dari kedua foto mempunyai perbandingan yang sama. Untuk membuat pesawat terbang atau mobil dibuat terlebih dahulu model pesawat terbang atau mobil itu. Bagian-bagian dari model persawat atau mobil mempunyai perbandingan yang sama dengan bagian-bagian yang bersesuaian dari pesawat atau mobil. Dalam membuat pusat pertokoan atau perkantoran sering juga dibuat model atau maket. Panjang maket dan panjang sebenarnya, lebar maket dan lebar sebenarnya, tinggi maket dan tinggi sebenarnya mempunyai perbandingan yang sama.

Contoh 13

Tinggi pintu dan jendela rumah pada suatu maket berturut-turut 8 cm dan 4 cm. Tinggi jendela sebenarnya 1 m. Berapakah tinggi pintu sebenarnya?

Penyelesaian

Misal tinggi pintu x m, maka didapat model matematika

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{1}$$

$4x = 8$

$x = 2$

Jadi tinggi pintu sebenarnya 2 m.

PENGERTIAN PERBANDINGAN

Bila kita mengamati 2 buah benda, kita dapat membandingkan ukuran kedua benda tersebut, misalnya membandingkan tingginya, panjangnya, beratnya dan sebagainya. Untuk membandingkan dua ukuran dapat dinyatakan dengan *hasil bagi* dari kedua *ukuran* tersebut. Dengan demikian perbandingan dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan sederhana.

Untuk memahami perbandingan perhatikan contoh berikut:

? Wawan mempunyai buku 9 buah, sedangkan Wati mempunyai 6 buah. Perbandingan banyaknya buku Wawan dan banyaknya buku Wati adalah 9 : 6 atau 3 : 2.

? Berat badan Eko 54 kg dan berat badan Gembul 63 kg. Perbandingan berat badan Eko dan Gembul adalah 54 : 63 atau 6 : 7.

? Jarak rumah Dian ke Sekolah 400 m sedangkan jarak ke Kantor Pos 2 km. Perbandingan jarak ke Sekolah dan jarak ke Kantor Pos dari rumah Dian adalah 400 : 2000 atau 1 : 5.

PERBANDINGAN SENILAI

Untuk memahami perbandingan senilai, perhatikan dua contoh berikut ini.

? Harga semangkuk bakso adalah Rp 3.000,00. Jika Ali membeli 2 mangkuk bakso, maka Ali harus mebayar Rp 6.000,00.

? Motor Iwan membutuhkan 1 liter bensin untuk menempuh jarak 40 km. Jika Iwan akan menempuh perjalanan 120 km dari asalnya, maka bensin yang dibutuhkan 3 liter.

Kedua contoh di atas merupakan contoh permasalahan perbandingan senilai. Fakta di atas menunjukkan bahwa jika banyaknya bakso yang dimakan bertambah maka banyaknya uang juga bertambah. Demikian juga jika jarak semakin jauh maka banyaknya bahan bakar juga makin banyak.

Contoh 14

Ali membeli 2 mangkuk bakso, ia harus membayar Rp 6.000,00. Jika Aan mentraktir teman-temannya habis 8 mangkuk, berapa ia harus bayar?

Penyelesaian

Masalah di atas merupakan masalah senilai

Misal uang yang harus dibayar x rupiah

Hal di atas dapat disajikan dalam tabel berikut untuk memudahkan membuat model matematikanya.

Banyaknya Bakso (dalam mangkuk)	Harga (dalam rupiah)
2	6.000
8	x

Didapat model matematika

$$\frac{6000}{2} = \frac{x}{8}$$

2x = 48000

x = 24000

Jadi uang yang harus dibayar Iwan untuk membayar bakso adalah Rp 24.000,00.

Contoh 15

Harga 2 buku tulis adalah Rp 3.000,00. Berapakah harga 3 buah buku tulis?

Masalah di atas merupakan masalah senilai.

Misal uang yang harus dibayar p rupiah.

Hal di atas dapat disajikan dalam tabel berikut untuk memudahkan membuat model matematikanya.

Banyaknya Buku (dalam buah)	Harga (dalam rupiah)
2	3.000
3	p

Didapat model matematika

$$\frac{3000}{2} = \frac{p}{3}$$

2p = 9000

P = 4500

Jadi harga 3 buah buku adalah Rp 4.500,00.

PERBANDINGAN BERBALIK NILAI

Untuk memahami perbandingan berbalik nilai, perhatikan 2 contoh berikut ini.

Pada perusahaan konveksi, para karyawan harus menyelesaikan pembuatan baju sesuai dengan target yaitu 100 potong baju. Jika diselesaikan 1 orang akan selesai dalam 90 hari, diselesaikan 2 orang selama 45 hari, diselesaikan 3 orang selama 30 hari, seperti disajikan tabel berikut.

Banyaknya karyawan	Lama Penyelesaian
2	90
3	60
4	45
5	36

Jika diperhatikan tabel di atas ternyata *makin banyak* karyawan menyebabkan lama penyelesaian *makin sedikit*.

? Jika perabandingan banyak karyawan **2 : 3**, maka perbandingan lamanya penyelesaian 90 : 60 atau **3 : 2**

? Jika perabandingan banyak karyawan **3 : 4**, maka perbandingan lamanya penyelesaian 60 : 45 atau **4 : 3**

? Jika perabandingan banyak karyawan **4 : 5**, maka perbandingan lamanya penyelesaian 45 : 36 atau **5 : 4**

Berarti ada perbandingan berbalik nilai antara banyaknya karyawan dengan lamanya penyelesaian. Perbandingan antara banyaknya karyawan dan lamanya penyelesaian disebut perbandingan berbalik nilai.

Bagaimana hasil kali antara banyaknya karyawan dan lamanya penyelesaian? Ternyata selalu sama yaitu 180. Itu merupakan salah satu ciri dari perbandingan berbalik nilai.

Contoh 16

Sebuah mobil berjalan dari kota A ke kota B. Jika kecepatannya bertambah, waktu tempuhnya berkurang, seperti tabel berikut.

Kecepatan (km/jam)	Waktu (jam)
10	40
20	20
40	....
....	4

a. Tentukan hasil kali antara kecepatan dan waktu pada tabel di atas.
b. Tentukan jarak tempuh mobil tersebut.
c. Hitung waktu yang dibutuhkan jika kecepatannya 40 km/jam.
d. Hitung kecepatan yang dibutuhkan agar waktunya 4 jam.

Penyelesaian

a. Hasil kali antara kecepatan dan waktu pada tabel di atas adalah 400.
b. Jarak tempuh mobil tersebut adalah kecepatan dikalikan waktu yaitu 400 km.
c. Misal waktu yang dibutuhkan p jam, maka didapat model matematika:

   40 x p = 400, (perkaliannya selalu 400)

   40 p = 400

   P = 10

   Jadi waktu yang dibutuhkan 10 jam.
d. Misal kecepatan yang dibutuhkan q km/jam

   q x 4 = 400, (perkaliannya selalu 400)

4q = 400

q = 100

Jadi kecepatan yang dibutuhkan 100 km/jam.

c. Rangkuman 1

1) $\frac{a}{c} ? \frac{b}{c} ? \frac{a ? b}{c}; untuk\ a, b, c\ bilangan\ bulat\ dan\ c\ tidak\ nol$

2) $\frac{a}{b} ? \frac{c}{d} ? \frac{ad ? bc}{bd}; untuk\ a, b, c, d\ bilangan\ bulat\ dan\ b, d\ tidak\ nol$

3) $\frac{a}{b} x \frac{c}{d} ? \frac{ac}{bd}; untuk\ a, b, c, d\ bilangan\ bulat\ dan\ b, d\ tidak\ nol$

4) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} ? \frac{a}{b} x \frac{d}{c} ? \frac{ad}{bc}; untuk\ a, b, c, d\ bilangan\ bulat\ dan\ b, c\ tidak\ nol$

5) Membandingkan dua benda artinya membandingkan ukuran kedua benda itu.

6) Perbandingan dikatakan senilai jika salah satu ukuran bertambah dengan m kali maka ukuran yang lain juga bertambah m kali.

7) Perbandingan dikatakan berbalik nilai i jika salah satu ukuran bertambah dengan m kali maka ukuran yang lain juga bertambah 1/m kali.

d. Tugas 1

1. Hitunglah
   a. (-4) + 8
   b. (-8) – (-5)
   c. (-4) x 6
   d. (-5) x (-4)
   e. $\frac{2}{3} ? \frac{3}{4}$
   f. $\frac{5}{6} ? \frac{3}{10}$

2. Ubahlah

   a. $\frac{7}{8}$ dalam pecahan decimal

   b. $\frac{7}{8}$ dalam persen

   c. 0, 625 dalam pecahan biasa

3. Seorang ayah akan membagikan sejumlah uang kepada tiga orang anaknya. Anak pertama memperoleh $\frac{1}{2}$ bagian, anak kedua $\frac{1}{3}$ bagian. Berapa bagian yang diperoleh anak ketiga?

4. Lisa membeli 5 buah apel dan Tini membeli 8 buah apel, harga seluruhnya Rp 15.600,00. Berapakah banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa dan Tini?

5. Seorang pemborong dapat menyelesaikan pembangunan jembatan selama 64 hari dengan pekerja 48 orang. Berapa pekerjakah yang diperlukan bila pembangunan jembatan ingin dipercepat selesai menjadi 24 hari?

e. Kunci Jawaban Tugas 1

1. Hitungan:

    a. (-4) + 8 = 4

    b. (-8) – (-5) = -3

    c. (-4) x 6 = -24

    d. (-5) x (-4) = 20

    e. $\frac{2}{3} ? \frac{3}{4} = \frac{17}{12}$

    f. $\frac{5}{6} ? \frac{3}{10} = \frac{1}{4}$

2. Hasil perubahan

    a. $\frac{7}{8}$ = 0, 875

    b. $\frac{7}{8}$ = 87,5%

    c. 0, 625 = $\frac{5}{8}$

3. Bagian yang diperoleh anak ketiga = $\frac{1}{6}$

4. Banyaknya uang yang harus dikeluarkan oleh Lisa = Rp 6.000,00 dan Tini = Rp 9.600,00

5. Hasi kali antara lama pekerjaan dan banyak pekerja = 3082

    Misal banyaknya pekerja p orang, didapat model matematika

    24p = 3072

    p = 128

    Jadi banyaknya pekerja 128 orang

f. Tes Formatif

1. Hitunglah
   a. (-9) + 8
   b. (-3) – (-5)
   c. (-4) x (-6)
   d. (-5) x (4)
   e. $\frac{2}{3} ? \frac{2}{5}$
   f. $\frac{5}{6} ? \frac{2}{5}$
2. Ubahlah
   a. $\frac{3}{8}$ dalam pecahan desimal
   b. $\frac{3}{8}$ dalam persen
   c. 0, 875 dalam pecahan biasa
3. Seorang ayah akan membagikan sejumlah uang kepada tiga orang anaknya. Anak pertama memperoleh $\frac{1}{4}$ bagian, anak kedua $\frac{1}{5}$ bagian. Berapa bagian yang diperoleh anak ketiga?
4. Lisa membeli 2 buah apel dan Tini membeli 8 buah apel, harga seluruhnya Rp 12.000,00. Berapakah banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa dan Tini?
5. Seorang pemborong dapat menyelesaikan pembangunan jembatan selama 64 hari dengan pekerja 48 orang. Berapa pekerjakah yang diperlukan bila pembangunan jembatan ingin dipercepat selesai menjadi 12 hari?

g. Kunci Tes Formatif

1. Hitungan
   a. (-9) + 8 = (-1)
   b. (-3) – (-5) = 2
   c. (-4) x (-6) =24
   d. (-5) x (4) = (-20)
   e. $\frac{2}{3}?\frac{2}{5} = \frac{16}{15}$
   f. $\frac{5}{6}?\frac{2}{5} = \frac{1}{3}$
2. Ubahan
   a. $\frac{3}{8}$ = 0, 375
   b. $\frac{3}{8}$ = 37,5%
   c. 0, 875 = $\frac{7}{8}$
3. Bagian yang diperoleh anak ketiga = $\frac{11}{20}$
4. Banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa = Rp 2.400,00 dan Tini = Rp 9.600,00
5. Hasi kali antara lama pekerjaan dan banyak pekerja = 3072

   Misal banyaknya pekerja p orang, didapat model matematika

   12p = 3072

   p = 256

   Jadi banyaknya pekerja 256 orang.

2. Kegiatan Belajar 2

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan siswa dapat:

- ✍ Memahami konsep bilangan berpangkat dan sifat-sifatnya.
- ✍ Menentukan hasil operasi pada bilangan berpangkat menggunakan sifat-sifatnya.
- ✍ Menyederhanakan bilangan berpangkat.
- ✍ Menentukan nilai penyederhanaan bilangan berpangkat menggunakan sifat-sifatnya.
- ✍ Menggunakan konsep bilangan berpangkat untuk menyelesaikan masalah.

b. Uraian Materi

1. Pangkat Positip

Dari modul sebelumnya Anda sudah memahami definisi bilangan berpangkat. Berikut ini beberapa contoh arti bilangan berpangkat dan penggunaannya.

$5^2 = 5 \times 5$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$2^{10} = \underbrace{2 \times 2 \times \ldots\ldots \times 2}_{10 \text{ faktor}}$

$a^8 = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{8 \text{ faktor}}$

Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif maka

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ faktor}}$

a disebut bilangan pokok

n disebut pangkat/eksponen

Contoh 1

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan bentuk dibawah ini.

a) 3^2 x 3^3
b) $(-2)^3$ x $(-2)^4$
c) b^2 x b^5
d) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, apakah bentuk sederhana dari a^m x a^n ?

Penyelesaian

a) 3^2 x 3^3= (3x3) x (3x3)x3 = 3x3x3x3x3=3^5 = 3^{2+3}
b) $(-2)^3$ x $(-2)^4$ = ((-2)x(-2) x(-2)) x ((-2)x(-2)x(-2)x(-2)) =$(-2)^7$= $(-2)^{3+4}$
c) b^2 x b^5 = (bxb) x (bxbx bxbx b) = b^7 = b^{2+5}
d) Bentuk sederhana dari a^m x a^n adalah a^m x a^n = a^{m+n}

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, maka a^m x a^n = a^{m+n}

Contoh 2

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

a) $\frac{3^5}{3^2}$

b) $\frac{?? 2?^6}{?? 2?^3}$

c) $\frac{x^6}{x^3}$

d) $\frac{c^4}{c^3}$

e) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, apakah bentuk sederhana dari $\frac{a^m}{a^n}$?

Penyelesaian

a) $\frac{3^5}{3^2} = \frac{3x3x3x3x3}{3x3}$ = 3x3x3 = 3^3 = 3^{5-2}

b) $\frac{2^6}{2^2} = \frac{2x2x2x2x2x2}{2x2} = 2x2x2x2 = 2^4 = 2^{6-2}$

c) $\frac{c^4}{c^3} = \frac{cxcxcxc}{cxcxc} = c = c^1 = c^{4-3}$

d) Bentuk sederhana dari $\frac{a^m}{a^n}$ adalah $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, maka $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Contoh 3

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

a) $(3^2)^3$

b) $((-3)^2)^5$

c) $(c^2)^4$

d) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^2$

e) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, $a \neq 0$, apakah bentuk sederhana dari $(a^m)^n$

Penyelesaian

a) $(3^2)^3 = 3^2 \text{ x } 3^2 \text{ x } 3^2$ = (3 x 3) x (3 x 3) x (3 x 3) = 3^6

b) $((-3)^2)^5 = (-3)^2 \text{ x} (-3)^2 \text{ x} (-3)^2 \text{ x} (-3)^2 \text{ x} (-3)^2$ = ((-3)x(-3))x((-3)x(-3))x((-3)x(-3))x((-3) x (-3))x((-3)x(-3)) = $(-3)^{10}$

c) $(c^2)^4 = c^2 \text{x } c^2 \text{x } c^2 \text{x } c^2$ = (cxc)x(cxc)x(cxc)x(cxc) = c^8

d) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \text{ x } \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3} x \frac{1}{3} x \frac{1}{3}\right) \text{x} \left(\frac{1}{3} x \frac{1}{3} x \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^6$

e) Bentuk sederhana dari $(a^m)^n = a^{mn}$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, **Maka** $(a^m)^n = a^{mn}$

<u>Contoh 4</u>

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

a) $(a ? b)^3$

b) $(m ? n)^2$

c) $(p ? q)^4$

d) $(x ? y)^5$

e) Jika a dan b bilangan real, n bilangan bulat positif, apakah bentuk sederhana dari $(a ? b)^n$?

<u>Penyelesaian</u>

a) $(a ? b)^3 = (a ? b) ? (a ? b) ? (a ? b)$
$= (a ? a ? a) ? (b ? b ? b)$
$= a^3 ? b^3$

b) $(m ? n)^2 = (m \times n) \times (m \times n)$
$= (m \times m) \times (n \times n)$
$= m^2 \times n^2$

c) $(p ? q)^4 = (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$
$= (p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q)$
$= p^4 \times q^4$

d) $(x ? y)^5 = (x \times y) \times (x \times y) \times (x \times y) \times (x \times y) \times (x \times y)]$
$= (x \times x \times x \times x \times x) \times (y \times y \times y \times y \times y)$
$= (x^5 \times y^5)$

e) Bentuk sederhana dari $(a ? b)^n = a^n \times b^n$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif, **Maka** $(a ? b)^n = a^n \times b^n$

Contoh 5

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

b) $\left(\frac{3}{-4}\right)^5$

c) $\left(\frac{7}{2}\right)^4$

d) $\left(\frac{p}{q}\right)^3$, p, q bilangan real, q $\neq$ 0.

e) $\left(\frac{c}{d}\right)^6$, c, d bilangan real, d $\neq$ 0.

f) Jika a dan b bilangan real, b $\neq$ 0, m bilangan bulat positif apakah bentuk sederhana $\left(\frac{a}{b}\right)^n$?

Penyelesaian

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^4}{3^4}$

b) $\left(\frac{3}{-4}\right)^5 = \frac{3}{-4} \text{ x } \frac{3}{-4} \text{ x } \frac{3}{-4} \text{ x } \frac{3}{-4} \text{ x } \frac{3}{-4}$

$= \frac{3x3x3x3x3}{(-4)x(-4)x(-4)x(-4)x(-4)} = \frac{3^5}{(-4)^5}$

c) $\left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{7^4}{2^4}$

d) $\left(\frac{p}{q}\right)^3$, p, q bilangan real, q $\neq$ 0.

$= \left(\frac{p}{q}\right) \text{x} \left(\frac{p}{q}\right) \text{x} \left(\frac{p}{q}\right)$

$= \frac{pxpxp}{qxqxq} = \frac{p^3}{q^3}$

e) $\left(\frac{c}{d}\right)^6$, c, d bilangan real, d $\neq$ 0.

$= \left(\frac{c}{d}\right) x \left(\frac{c}{d}\right) x \left(\frac{c}{d}\right) x \left(\frac{c}{d}\right) x \left(\frac{c}{d}\right) x \left(\frac{c}{d}\right)$

$= \frac{cxcxcxcxc}{dxdxdxdxd} = \frac{c^6}{d^6}$

f) bentuk sederhana $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat positif,
Maka $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

2. Pangkat Negatif

Di depan kalian sudah mempelajari bahwa $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, a $\neq$ 0 dengan m > n. Bagaimana jika m < n?

Contoh 7

1) $\frac{3^5}{3^8} = 3^{5-8} = 3^{-3}$ dan $\frac{3^5}{3^8} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^3}$ dengan demikian $3^{-3} = \frac{1}{3^3}$

2) $\frac{a^4}{a^6} = a^{4-6} = a^{-2}$ dan $\frac{a^4}{a^6} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a \times a} = \frac{1}{a^2}$ dengan demikian $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

Jika a bilangan real, a $\neq$ 0 dan n bilangan bulat positif, bentuk lain yang sama dengan a^{-n} adalah a^{-n} = $\frac{1}{a^n}$

Contoh 8

Dengan menggunakan hasil yang kamu peroleh di atas:

1). Ubahlah dalam pangkat negatif

a) $\frac{1}{3^2}$ b) $\frac{1}{a^5}$ c) $\frac{2}{p^3}$ d) $\frac{5}{x^4}$

2). Ubahlah dalam pangkat positif

a) 2^{-4} b) a^{-3} c) $2p^{-5}$ d) $3x^{-6}$

<u>Penyelesaian</u>

1) a) $\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$ b) $\frac{1}{a^5} = a^{-5}$ c) $\frac{2}{p^3} = 2p^{-3}$ d) $\frac{5}{x^4} = 5x^{-4}$

2) a) $2^{-4} = \frac{1}{2^4}$ b) $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ c) $2p^{-5} = \frac{2}{p^5}$ d) $3x^{-6} = \frac{3}{x^6}$

<u>Contoh 9</u>

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat negatif $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, a ? 0 dan n bilangan bulat positif, sederhanakan:

a) 3^{-2} ? 3^{-3}

b) $(-5)^{-4}$? $(-5)^{-2}$

c) a^{-3} ? a^{-6}

d) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, apakah bentuk lain yang sama dengan a^m ? a^n?

<u>Penyelesaian</u>

1) a) $3^{-2} ? 3^{-3} = \frac{1}{3^2} \text{ x } \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^2 x 3^3} = \frac{1}{3^{2?3}} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5} = 3^{(-2)+(-3)}$

b) $(-5)^{-4} ? (-5)^{-2} = \frac{1}{(?5)^4} \text{x} \frac{1}{(?5)^2} = \frac{1}{(?5)^4 x (?5)^2} = \frac{1}{(?5)^{4?2}} = \frac{1}{(?5)^6} = (-5)^{-6} = (-5)^{(-4)+(-2)}$

c) $a^{-3} ? a^{-6} = \frac{1}{a^3} \text{ x } \frac{1}{a^6} = \frac{1}{a^3 x a^6} = \frac{1}{a^{3?6}} = \frac{1}{a^9} = a^{-9} = a^{(-3)+(-6)}$

d) Bentuk lain yang sama dengan a^m ? a^n adalah $a^m ? a^n = a^{m?n}$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, maka $a^m ? a^n a^{m?n}$

Contoh 10

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat negatif $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, a ? 0 dan n bilangan bulat positif, sederhanakan:

a) $\frac{3}{3^{?2}}$

b) $\frac{x^{?4}}{x^{?3}}$

c) $\frac{a^{?5}}{a^{?6}}$

d) Jika a bilangan real, a ? 0 dan m, n bilangan bulat negatif, apakah bentuk lain yang sama dengan $\frac{a^m}{a^n}$?

Penyelesaian

a) $\frac{3^{?1}}{3^{?2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3^2}} = \frac{1}{3} \text{x} \frac{3^2}{1} = 3^1 = 3^{(-1) - (-2)}$

b) $\frac{x^{?4}}{x^{?3}} = \frac{\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{x^4} \text{ x } \frac{x^3}{1} = \frac{1}{x} = x^{-1} = x^{(-4) - (-3)}$

c) Jika a bilangan real, a ? 0 dan m, n bilangan bulat negatif, bentuk lain yang sama dengan $\frac{a^m}{a^n}$ adalah $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Jika a bilangan real, a ? 0 dan m, n bilangan bulat negatif, maka $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Contoh 11

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat negatif $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, a ? 0 dan n bilangan bulat positif, sederhanakan:

a) $(3^{-2})^{-3}$

b) $(c^{-5})^{-2}$

c) $(a^{-3})^{-1}$

d) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, apakah bentuk lain yang sama dengan $(a^{m})^{n}$?

Penyelesaian

a) $(3^{-2})^{-3} = \dfrac{1}{(3^{?2})^{3}} = \dfrac{1}{3^{?2}x3^{?2}x3^{?2}} = \dfrac{1}{3^{?6}} = 3^{6}$

b) $(c^{-5})^{-2} = \dfrac{1}{(c^{?5})^{2}} = \dfrac{1}{c^{?5}xc^{?5}} = \dfrac{1}{c^{?10}} = c^{10}$

c) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, bentuk lain yang sama dengan $(a^{m})^{n} = a^{mxn}$

Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, maka $(a^{m})^{n} = a^{mxn}$

Contoh 12

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat negatif $a^{-n} = \dfrac{1}{a^{n}}$, a ? 0 dan n bilangan bulat positif, sederhanakan:

a) $(3 ? 2)^{-3}$

b) $(a ? b)^{-2}$

c) $(x ? y)^{-5}$

d) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, apakah bentuk lain yang sama dengan $(a ? b)^{n}$?

Penyelesaian

a) $(3 ? 2)^{-3} = \dfrac{1}{(3x2)^{3}} = \dfrac{1}{3^{3}x2^{3}} = \dfrac{1}{3^{3}} \text{ x } \dfrac{1}{2^{3}} = 3^{-3} \text{ x } 2^{-3}$

b) $(x ? y)^{-5} = \dfrac{1}{(x.y)^{5}} = \dfrac{1}{x^{5}.y^{5}} = \dfrac{1}{x^{5}} \text{ x } \dfrac{1}{y^{5}} = x^{-5} \text{ x } y^{-5}$

c) Jika a bilangan real dan m, n bilangan bulat negatif, bentuk lain yang sama dengan $(a ? b)^{n}$ adalah $(a ? b)^{n} = a^{n} \text{ x } b^{n}$

Contoh 13

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat negatif $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, a $\neq$ 0 dan n bilangan bulat positif, sederhanakan:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

b) $\left(\frac{p}{q}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-5}$

d) Jika a bilangan real, a $\neq$ 0 dan m, n bilangan bulat negatif, apakah bentuk lain yang sama dengan $\left(\frac{a}{b}\right)^{n}$?

Penyelesaian

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{(\frac{2}{3})^3} = \frac{1}{\frac{2^3}{3^3}} = \frac{3^3}{2^3} = \frac{1}{2^3} \text{ x } 3^3 = \frac{1}{2^3} \text{ x } \frac{1}{\frac{1}{3^3}} = 2^{-3} \text{ x } \frac{1}{3^{-3}} = \frac{2^{-3}}{3^{-3}}$

b) $\left(\frac{p}{q}\right)^{-2} = \frac{1}{(\frac{p}{q})^3} = \frac{1}{\frac{p^3}{q^3}} = \frac{q^3}{p^3} = \frac{1}{p^3} \text{ x } q^3 = \frac{1}{p^3} \text{ x } \frac{1}{\frac{1}{q^3}} = p^{-3} \text{ x } \frac{1}{q^{-3}} = \frac{p^{-3}}{q^{-3}}$

c) Jika a bilangan real, a $\neq$ 0 dan m, n bilangan bulat negatif, bentuk lain yang sama dengan $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^n}{b^n}$

3. Pangkat Nol

Di bagian depan kalian pelajari $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, a $\neq$ 0, m, n bilangan bulat positif. Bagaimana jika m = n?

$$1 = \frac{7^3}{7^3} = 7^{3-3} = 7^0$$

$$1 = \frac{3^{-5}}{3^{-5}} = 3^{-5-(-5)} = 3^0$$

$$1 = \frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 \text{ , } a \neq 0$$

Jika $a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif, apakah yang sama dengan a^0?

Ingat

Semua bilangan kecuali nol jika dipangkatkan nol hasilnya 1.

$$a^0 = 1$$

Rangkuman

Jika m dan n bilangan bulat, dan a, b bilangan real maka berlaku sifat-sifat berikut.

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$

$a^0 = 1$, $a \neq 0$

4. Menyederhanakan Bentuk Akar

Di Kegiatan 1 Anda telah mempelajari bilangan rasional yaitu bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat, $b \neq 0$. Bilangan-bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ seperti di atas dinamakan <u>*bilangan irasional*</u>. Contoh bilangan irasional adalah $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$. Apakah $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$ bilangan irasional? Berikan alasannya!

Menyederhanakan Bentuk Akar

Jika a, b bilangan bulat positif maka $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Contoh14

- $\sqrt{8} = \sqrt{4.2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt{500} = \sqrt{100.5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$
- $\sqrt{a^3b^5} = \sqrt{a^2.a.(b^2)^2.b} = ab^2\sqrt{a.b}$
- $\dfrac{\sqrt[3]{a^3b^4}}{b} = \dfrac{\sqrt[3]{a^3.b^3.b}}{b} = \dfrac{ab\sqrt[3]{b}}{b} = a\sqrt[3]{b}$

5. Pangkat Pecahan

Dengan menggunakan sifat-sifat dari eksponen, Anda dapatkan:

a) $2^{½} . 2^{½} = 2$ dan $\sqrt{2} . \sqrt{2} = 2$ dan disimpulkan $2^{½} = \sqrt{2}$

b) $3^{1/3} . 3^{1/3} . 3^{1/3} = 3$ dan $\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{3} = 3$ dan disimpulkan $3^{1/3} = \sqrt[3]{3}$

Dengan menggunakan contoh di atas didapat:

$4^{\frac{1}{3}}$ jika ditulis dalam bentuk akar $\sqrt[3]{4}$

$4^{\frac{1}{5}}$ jika ditulis dalam bentuk akar $\sqrt[5]{4}$

$b^{\frac{1}{n}}$ jika ditulis dalam bentuk akar dengan n bulat positif adalah $\sqrt[n]{b}$

Contoh 15

Dengan menggunakan sifat-sifat dari eksponen, kita dapat mengubah pangkat pecahan menjadi bentuk akar.

a) $2^{\frac{2}{3}}.2^{\frac{2}{3}}.2^{\frac{2}{3}} = 2^2$, ini berarti $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$

b) $3^{\frac{3}{4}}.3^{\frac{3}{4}}.3^{\frac{3}{4}}.3^{\frac{3}{4}} = 3^3$, ini berarti $3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3}$

c) $a^{\frac{3}{4}} = 4\sqrt{a^3}$, a>0

d) $b^{\frac{m}{n}}$, b bilangan real, n bilangan bulat, maka $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$

Contoh 16

Dengan menggunakan sifat-sifat dari eksponen, kita dapat menyederhanakan bentuk akar seperti berikut:

a) $256^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$

b) $5^{\frac{1}{2}} . 15^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} . \sqrt{15} = \sqrt{75} = \sqrt{25.5} = 5\sqrt{5}$

c) $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{(64)^5} = \sqrt[6]{(2^6)^5} = \sqrt[6]{2^{30}} = 2^5 = 32$

d) $\sqrt[4]{8x^2y^8}$ jika dinyatakan dalam eksponen rasional $\sqrt[4]{8x^2y^8} = \sqrt[4]{2^3x^2y^8} =$ $2^{\frac{3}{4}} x^{\frac{2}{4}} y^2$

e) $\sqrt[3]{x^3y^6} = xy^2$

6. Perpangkatan dari Akar suatu Bilangan

Anda telah memahami bahwa $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$, $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ dan $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$. Ketiga hal di atas kita gunakan untuk menghitung permasalahan menyederhanakan bentuk akar. Untuk memahami, perhatikan contoh berikut:

Contoh 17

1) $(\sqrt{3})^2 = (3^{\frac{1}{2}})^2 = 3$

2) $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3 = (4^{\frac{2}{3}})^3 = 4^2 = 16$

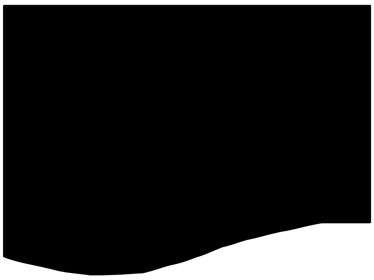
3) $\left(\sqrt[4]{3^6}\right)^2 = (3^{\frac{6}{4}})^2 = 3^{\frac{12}{4}} = 3^3 = 27$

4) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6 = (a^{\frac{2}{3}})^6 = a^{\frac{12}{3}} = a^4$

7. Penjumlahan dan Pengurangan Dua buah Akar suatu Bilangan

Kita menyederhanakan penjumlahan dan pengurangan dengan menggunakan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.

Contoh 18



1) a?c + b?c = (a + b) ?c
2) a?c - b?c = (a – b) ?c
3) 4?2 - 2?2 = (4 – 2)$\sqrt{2}$ = 2$\sqrt{2}$
4) 2?3 + 5?3 + 3?3 = (2 + 5+ 3) ?3 = 10?3
5) 2?5 - 3?5 + 7?5 = 6?5
6) ?6 + ?54 + ?150 = ?6 + $\sqrt{9.6}$ + $\sqrt{25.6}$ = ?6 + 3?6 + 5?6 =9?6

8. Menyederhanakan bentuk akar.

Di atas kalian sudah mempelajari ?ab = ?a . ?b. Bentuk ini dapat juga ditulis sebagai perkalian bentuk akar ?a . ?b = ?ab.

Contoh 19

? ?3 . ?5 = ?15

? ?48 . ?54 = 4?3 . 3?6 = 12?18 = 36?2

? ?75 . ?72 = 5?3 . 6?2 = 30?6

? ?8 . ?18 = 2?2 . 3?2 = 6?4 = 12

? (?2 - 3?3)^2 = (?2)^2 – 2. ?2. 3?3 + (3?3)^2 = 2 -6?6 + 27 = 29 - 6?6

Rangkuman

Jika a, b bilangan real, p dan q bilangan rasional, maka:

? $a^p . a^q = a^{p+q}$

? $\frac{a^p}{a^q}$? $a^{p?q}$

? $(a^p)^q = a^{pq}$

9. Merasionalkan Penyebut Bentuk Akar

Kalian sudah memahami bahwa ?2, ?3, ?5, ?7 adalah bilangan irasional. Demikian juga $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{5}}{1 ? \sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} ? \sqrt{3}}$ merupakan bilangan irasional. Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional, dan disebut <u>*merasionalkan bentuk akar*</u>. Perhatikan contoh berikut:

<u>***Contoh 20***</u>

Rasionalkan bentuk

a. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

c. $\frac{4}{3 ? \sqrt{3}}$

d. $\frac{4 ? \sqrt{21}}{\sqrt{5} ? \sqrt{3}}$

<u>***Penyelesaian***</u>

a. $\frac{1}{\sqrt{2}} ? \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (pembilang dan penyebut dikalikan $\sqrt{2}$)

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$ *atau* $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

b. $\frac{3}{2\sqrt{3}} ? \frac{3}{2\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (pembilang dan penyebut dikalikan $\sqrt{3}$)

$= \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{9}}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2.3} ? \frac{1}{2}\sqrt{3}$

c. $\dfrac{4}{3+\sqrt{3}} = \dfrac{4}{3+\sqrt{3}} \cdot \dfrac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ (pembilang dan penyebut dikalikan $3-\sqrt{3}$ supaya menjadi bentuk $a^2 - b^2$)

> **Ingat**
>
> $(a + b)(a - b)$
> $= a^2 - b^2$

$$= \frac{4\left(3-\sqrt{3}\right)}{\left(3\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}$$

$$= \frac{12-4\sqrt{3}}{9-3} = \frac{12-4\sqrt{3}}{6} = \frac{6-2\sqrt{3}}{3} = 2 - \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

d. $\dfrac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dfrac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{5}-4\sqrt{3}+\sqrt{15}-3}{5-3} =$

$$\frac{4\sqrt{5}-4\sqrt{3}+\sqrt{15}-3}{2}$$

c. Rangkuman 2

1) Jika a bilangan real, $a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif, bentuk lain yang sama dengan a^{-n} adalah $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

2) Jika m dan n bilangan bulat, dan a, b bilangan real maka berlaku sifat-sifat berikut.
   - $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   - $(a^m)^n = a^{mn}$
   - $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$
   - $(a \cdot b)^n = a^n b^n$
   - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$
   - $a^0 = 1$, $a \neq 0$

3) Jika a, b bilangan real, p dan q bilangan rasional, maka:
   - $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
   - $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
   - $(a^p)^q = a^{pq}$

d. Tugas 2

1. Sederhanakan
   a. $8^2 ? 8^4$
   b. $(-3)^2 ? (-3)^4$
   c. $\left(\frac{2}{5}\right)^5$
   d. $(3 ? 10^5) ? (5 ? 10^6)$
   e. $\frac{4^8}{4^6}$
   f. $\frac{(?3)^5}{(?3)^3}$
2. Ubah bentuk-bentuk di bawah ini dalam pangkat negatif
   a) $\frac{2}{3^4}$ b) $\frac{5}{a^4}$
3. Ubahlah bentuk-bentuk di bawah ini dalam pangkat positif
   a) $3^{-2} ? 3^{-5}$ b) $3^3 ? 3^{-4}$

4. Sederhanakan:
   a) $\sqrt{128}$
   b) $\sqrt{80}$
   c) $\sqrt{a^5b^3}$
5. Hitunglah
   a) $81^{\frac{1}{2}}$
   b) $27^{?\frac{2}{3}}$
   c) $7^{\frac{1}{4}}.7^{\frac{7}{4}}$
   d) $\sqrt[3]{125}$
6. Nyatakan dalam bentuk akar
   a) $64^{\frac{1}{6}}$
   b) $x^{\frac{2}{3}}$

c) $4^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} y^{\frac{4}{3}}$

7. Nyatakan dalam eskponen rasional

a) $\sqrt{a^6 b^3}$

b) $\sqrt[6]{b^3}$

c) $\sqrt{25a^4 b^{10}}$

8. Sederhanakan

a) 5?3 + 4?3 + 6?2 - 3?2

b) ?6 + ?54 - ?150

c) $2\sqrt{2a^3} ? \sqrt{32a^3} ? a\sqrt{18a}$

d) (3 + ?2)(3 - ?2)

e) (?a - ?b)(?a + ?b)

f) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}}$

9. ***Arsitektur***. Seorang arsitek akan membuat dinding dengan mengambil ide dari gelembung sabun jika luas permukaan gelembung sabun a maka volumenya v diberikan oleh persamaan $v ? 0{,}94\sqrt{a^3}$. Tentukan luas permukaan gelembung jika volumenya 7,5 cm^3.

e. Kunci Jawaban Tugas 2

1 . a. 8^2 ? 8^4 = 8^{2+4} = 8^6

b. $(-3)^2$? $(-3)^4$ = $(-3)^6$

c. $?\frac{2}{5}?^5 = \dfrac{2^5}{5^2}$

d. (3 ? 10^5) ? (5 ? 10^6) = 15 x 10^{11}

e. $\dfrac{4^8}{4^6}$ = 4^2

f. $\dfrac{?? 3?^5}{?? 3?^3}$ = $(-3)^2$

2. a) $\frac{2}{3^4}$ = 2 x 3^{-4}

b) $\frac{5}{a^4}$ = 5 x a^{-4}

3. a. 3^{-2} ? 3^{-5} = 3^{-7}

b. 3^{3} ? 3^{-4} = 3^{-1}

4. a. $\sqrt{128}$ = $\sqrt{64.2}$ = 8$\sqrt{2}$

b. $\sqrt{80}$ = $\sqrt{16.5}$ = 4$\sqrt{5}$

c. $\sqrt{a^5b^3}$ = $\sqrt{a^2,a^2.a,b^2.b}$ = $a^2b\sqrt{b}$

5. Didapat hasil

a) $81^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt{81}$ = 9

b) $27^{?\frac{2}{3}}$ = $\sqrt[3]{(27)^2}$ = $\sqrt[3]{(3^3)^2}$ = 3^2 = 9

c) $7^{\frac{1}{4}}.7^{\frac{7}{4}}$ = $7^{\frac{4}{4}}$ = 7

6. Bentuk akarnya adalah

a) $64^{\frac{1}{6}}$ = $\sqrt[6]{64}$ = 2

b) $x^{\frac{2}{3}}$ = $\sqrt[3]{x^2}$

c) $4^{\frac{1}{3}}a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{4}{3}}$ = $\sqrt[3]{4a^2y^4}$

7. Bentuk eskponen rasional

a) $\sqrt{a^6b^3}$ = $a^{\frac{6}{2}}b^{\frac{3}{2}}$

b) $\sqrt[6]{b^3}$ = $b^{\frac{3}{6}}$

c) $\sqrt{25a^4b^{10}}$ = $5a^2b^5$

8. Bentuk sederhananya adalah :

a) 5?3 + 4?3 + 6?2 - 3?2 = 12?2

b) ?6 + ?54 - ?150 = ?6 + 3?6 - 5?6 = - ?6

c) $2\sqrt{2a^3}$? $\sqrt{32a^3}$? $a\sqrt{18a}$ = $2a\sqrt{2a}$? $4a\sqrt{2a}$? $3a\sqrt{2a}$ = 3a$\sqrt{2a}$

d) (3 + ?2)(3 - ?2) = 9 – 4 = 5

e) (?a - ?b)(?a + ?b) = a - b

f) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{3}}$

9. v ? $0{,}94\sqrt{a^3}$

$v^3 = (0{,}94)^3$ a, kedua ruas dipangkatkan 3

$(7{,}5)^3 = 0{,}830584\ a^3$ (hitungan dengan berbantuan kalkulator)

$421{,}875 = 0{,}830584\ a^3$

$a^3 = 507{,}93$

a = $\sqrt[3]{507{,}93}$

Jadi luas permukaan gelembung $\sqrt[3]{507{,}93}$ cm^2.

f. Tes Formatif 2

1. Bentuk Sederhana

a) $(5^3)^5 = 5^{15}$

b) $\left(\left(?\frac{1}{3}\right)^2\right)^6 = (-\frac{1}{3})^{12}$

c) $(((2)^3)^4)^5 = 2^{60}$

d) $(2a^3)^4 = 16a^{12}$

e) $(-3ab)^3$

f) $(-8(2a)^3)^4$, a bilangan real

2. Nyatakan dalam pangkat negatif

a) $\frac{1}{3^4}$? $\frac{1}{3^5}$ b) $\frac{1}{a^7}$? $\frac{1}{a^4}$

c) $\left(\frac{2a}{b}\right)^2$ d) $\frac{1}{3a^5}$

3. Nyatakan dalam pangkat positif

   a) $(-2)^{-2} \times (-2)^{-4}$

   b) $(-3)^{3} \times (-3)^{-5}$

   c) $(3 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^{-4})$

4. Sederhanakan

   a) $3^{-4}.3^{8}$

   b) $\sqrt[4]{16^{2}}$

   c) $\left(5^{\frac{3}{4}}\right)^{4}$

   d) $\left(169^{\frac{1}{2}}\right)^{0}$

   e) $\left(8^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

   f) $\left(\sqrt[3]{216}\right)^{2}$

5. Tulis dalam bentuk akar

   a. $\left(9x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

   b. $\left(x^{10}y^{2}\right)^{\frac{1}{5}}a^{\frac{2}{5}}$

6. Dalam pelajaran fisika terdapat persamaan $\left(\frac{1}{a^{3}} + \frac{1}{b^{3}}\right)^{-\frac{1}{3}}$, ubahlah persamaan tersebut dalam bentuk paling sederhana tanpa pangkat negatif.

g. Kunci Tes Formatif 2

1. Bentuk Sederhana

   a) $(5^3)^5 = 5^{15}$

   b) $?? ? \frac{1}{3} ?^2 ?^6 = (- \frac{1}{3})^{12}$

   c) $(((2)^3)^4)^5 = 2^{60}$

   d) $(2a^3)^4 = 16a^{12}$

   e) $(-3ab)^3 = -27a^3b^3$

   f)

2. Dinyatakan dalam pangkat negatif adalah:

   a) $\frac{1}{3^4} ? \frac{1}{3^5} = 5^{?9}$ b) $\frac{1}{a^7} ? \frac{1}{a^4} = a^{?11}$

   c) $\frac{1}{3a^5} = 3^{?1} a^{?5}$

3. Dinyatakan dalam pangkat positif

   a) $(-2)^{-2} ? (-2)^{-4} = \frac{1}{(?2)^6}$

   b) $(-3)^3 ? (-3)^{-5} = \frac{1}{(?3)^2}$

   c) $(3 ? 10^{-3}) ? (5 ? 10^{-4}) = \frac{15}{10^7}$

4. Disederhanakan

   a) $3^{?4}.3^8 = 3^4$

   b) $\sqrt[4]{16^2} = 4$

   c) $? 5^{\frac{3}{4}} ?^4 = 5^3 = 125$

   d) $? 169^{\frac{1}{2}} ?^0 = 1$

   e) $? 8^{?\frac{1}{2}} ?^{?\frac{2}{3}} = 8^3$

   f) $? \sqrt[3]{216} ?^2 = 6^2$

5. Ditulis dalam bentuk akar

a. $\left(9x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{y}}$

b. $\left(x^{10}y^{2}\right)^{\frac{1}{5}}a^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^{10}y^{2}a^{2}}$

6. $\left(\frac{1}{a^{3}} ? \frac{1}{b^{3}}\right)^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{a^{3}} ? \frac{1}{b^{3}}\right)^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{a^{3}} ? \frac{1}{b^{3}}\right)}}$

3. Kegiatan Belajar 3

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan siswa dapat:

- ✍ Memahami konsep logaritma dan sifat-sifatnya.
- ✍ Menentukan hasil operasi pada logaritma menggunakan sifat-sifatnya.
- ✍ Menentukan nilai penyederhanaan logaritma menggunakan sifat-sifatnya.
- ✍ Dapat menggunakan konsep logaritma untuk menyelesaikan masalah.

b. Uraian Materi

Menurut cerita, permainan catur ditemukan oleh seorang Brahmana dari India dan dipersembahkan kepada Raja. Raja sangat terkesan dan berkenan memberi hadiah apa saja yang diminta sang Brahmana.

Ternyata sang Brahmana hanya meminta beras dengan aturan: 1 butir pada kotak catur pertama, 2 butir pada kotak ke-2, 4 butir pada kotak ke-3, 8 butir pada kotak ke-4, dan seterusnya hingga sebanyak kotak dalam permainan catur.

Semula Raja menganggap enteng permintaan itu, tapi ternyata seluruh beras di India tidak dapat mencukupi permintaan Brahmana itu!

Pada kotak ke berapakah yang terisi 64 butir beras?

Berapakah banyaknya beras pada kotak ke 64?

Pengertian Logaritma

Masih ingatkah tentang perpangkatan?

Apakah yang dimaksud dengan 2^5?

Disebut apakah bilangan 2 pada 2^5? Disebut apakah bilangan 5 pada 2^5?

Masih ingatkah Anda dengan kuadrat dan akar kuadrat?

Bagaimana caramu mencari nilai 4^2?

Bagaimana caramu mencari nilai $\sqrt{16}$?

Apa beda mengkuadratkan suatu bilangan dengan menarik akar suatu bilangan? Penarikan akar merupakan ***invers*** dari pengkuadratan, begitu juga sebaliknya pengkuadratan merupakan ***invers*** dari penarikan akar. Secara umum, jika $a = b^{c}$, maka berapa nilai b? Bagaimana mencari *c*? Hal ini akan Anda pelajari, namun Anda harus ingat masalah perpangkatan dan penarikan akar di kegiatan. Perhatikan pemasangan berikut ini.

2	Dipasangkan dengan	1
4	Dipasangkan dengan	2
8	Dipasangkan dengan	3
16	Dipasangkan dengan	4
2^8	Dipasangkan dengan	8
2^{10}	Dipasangkan dengan	10
2^a	Dipasangkan dengan	a
…	Dipasangkan dengan	n
x	Dipasangkan dengan	…

Dapatkah Anda mengisi tempat yang kosong pada tabel di atas?

Pasangan dari n adalah 2^n sedangkan pasangan dari x adalah $\mathbf{{}^2\log x}$

Dengan kata lain Anda melakukan invers dari perpangkatan dengan bilangan pokok (basis) 2.

Invers dari perpangkatan dengan basis 2 dinamakan **logaritma** basis 2 dan dilambangkan dengan $\mathbf{{}^2\log}$

Misalnya $2^3 = 8$, maka $3 = {}^2\log 8$

Dengan demikian jika $y = 2^x$,maka $x = {}^2\log y$.

Sebaliknya jika $x = {}^2\log y$,maka $y = 2^x$.

Jadi secara umum dapat ditulis

$$\boxed{a^b = c \text{ sama artinya dengan } {}^a\log c = b \quad , a > 0, a \,?\, 1, c > 0}$$

Pada ${}^{a}\log c = b$, a disebut basis atau bilangan pokok, dengan syarat $a > 0$ dan a ? 1

c disebut numerus, dengan syarat $c > 0$

${}^{a}\log c = b$ dibaca "*a log c sama dengan b*".

Catatan: ${}^{10}\log x$ ditulis log x saja

Contoh 1

Tentukanlah nilai dari:

a. ${}^{2}\log 128$

b. ${}^{3}\log 27$

c. ${}^{5}\log 625$

d. $\log 1000$

Penyelesaian

a. ${}^{2}\log 128 = 7$, sebab $2^7 = 128$

b. ${}^{3}\log 27 = 3$, sebab $3^3 = 27$

c. ${}^{5}\log 625 = 4$, sebab $5^4 = 625$

d. $\log 1000 = {}^{10}\log 1000 = 3$, sebab $10^3 = 1000$

Contoh 2

Tentukan nilai x dari:

a. ${}^{2}\log x = 4$

b. ${}^{2}\log (x + 1) = 4$

c. ${}^{2}\log (3x + 1) = 4$

Penyelesaian

a. ${}^{2}\log x = 4$, sama artinya dengan $2^4 = x$. Jadi $x = 16$

b. ${}^{2}\log (x + 1) = 4$, sama artinya dengan $2^4 = x + 1$, Jadi $x = 2^4 - 1 = 15$.

c. ${}^{2}\log (3x + 1) = 4$, sama artinya dengan $2^4 = 3x + 1$

$$3x = 2^4 - 1$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Berapakah ${}^{2}\log 1$?

Berapakah ${}^{5}\log 1$?

Logaritma Suatu Perkalian

Untuk memahami sifat-sifat logaritma perkalian, perhatikan contoh berikut.

Contoh 3

a. ${}^{2}\log(8 \times 16) = {}^{2}\log 128 = 7$

${}^{2}\log 8 = 3$

${}^{2}\log 16 = 4$

${}^{2}\log 8 + {}^{2}\log 16 = 7$

Jadi ${}^{2}\log(8 \times 16) = {}^{2}\log 8 + {}^{2}\log 16$

b. ${}^{4}\log (16 \times 64) = {}^{4}\log 1024 = 5$, sebab $4^5 = 1024$

${}^{4}\log 16 = 2$

${}^{4}\log 64 = 3$

${}^{4}\log 16 + {}^{4}\log 64 = 2 + 3 = 5$

Jadi ${}^{4}\log (16 \times 64) = {}^{4}\log 16 + {}^{4}\log 64$

c. $\log (10 \times 100) = \log 1000 = 3$

$\log 10 = 1$

$\log 100 = 2$

$\log 10 + \log 100 = 1 + 2 = 3$

Jadi $\log (10 \times 100) = \log 10 + \log 100$

Apakah yang dapat Anda katakan tentang logaritma dari suatu perkalian?

$^{a}\log b = p$, sama artinya dengan $a^{p} = b$;

$^{a}\log c = q$, sama artinya dengan $a^{q} = c$;

$^{a}\log (b\ ?\ c) = r$, sama artinya dengan $a^{r} = b\ ?\ c$;

Jika $a^{r} = b\ ?\ c$ maka $a^{r} = a^{p}\ ?\ a^{q} = a^{p+q}$ ← Sifat Perpangkatan

Jika $a^{r} = a^{p+q}$ maka $r = p + q$ ← Sifat Kesamaan Bilangan Berpangkat

Dari $r = p + q$ disimpulkan $^{a}\log (b\ ?\ c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$

Jadi

$$^{a}\log (b\ ?\ c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$$

Logaritma Suatu Pembagian

Untuk memahami sifat-sifat logaritma suatu pembagian, perhatikan contoh berikut.

Contoh 4

a. $^{2}\log (32 : 4) = {}^{2}\log 8 = 3$

$^{2}\log 32 = 5$

$^{2}\log 4 = 2$

$^{2}\log 32 - {}^{2}\log 4 = 5 – 2 = 3$

Jadi $^{2}\log (32 : 4) = {}^{2}\log 32 - {}^{2}\log 4$

b. $^{3}\log (81 : 3) = {}^{3}\log 9 = 2$

$^{3}\log 81 = 4$ dan

$^{3}\log 3 = 1$

$^{3}\log 81 - {}^{3}\log 3 = 4 – 1 = 3$

Jadi $^{3}\log (81 : 3) = {}^{3}\log 81 - {}^{3}\log 3$

c. $\log (1000 : 100) = \log 10 = 1$

$\log 1000 = 3$ dan $\log 100 = 2$

$\log 1000 - \log 100 = 3 - 2 = 1$

Jadi $\log (1000 : 100) = \log 1000 - \log 100$

Apa yang dapat Anda katakan tentang logaritma dari suatu pembagian ?

${}^{a}\log b = p$, sama artinya dengan $a^{p} = b$;

${}^{a}\log c = q$, sama artinya dengan $a^{q} = c$;

${}^{a}\log (b : c) = s$, sama artinya dengan $a^{s} = b : c$;

Jika $a^{s} = b : c$ maka $a^{s} = a^{p} : a^{q} = a^{p-q}$ ← Sifat Perpangkatan

Jika $a^{s} = a^{p ? q}$ maka $s = p ? q$ ← Sifat Kesamaan Bilangan Berpangkat

Dari $s = p - q$ disimpulkan ${}^{a}\log (b : c) = {}^{a}\log b ? {}^{a}\log c$

Jadi,

$$\boxed{{}^{a}\log (b : c) = {}^{a}\log b ? {}^{a}\log c}$$

Logaritma suatu Perpangkatan

Untuk memahami sifat-sifat logaritma suatu perpangkatan, perhatikan contoh berikut.

Contoh 5

a. ${}^{2}\log (4^{3}) = {}^{2}\log 64 = 6$

${}^{2}\log 4 = 2$

$3\,({}^{2}\log 4) = 3 \times 2 = 6$

Jadi ${}^{2}\log (4^{3}) = 3\,({}^{2}\log 4)$

b. ${}^{3}\log (27^{2}) = {}^{3}\log 729 = 6$

${}^{3}\log 27 = 3$

$2\,({}^{3}\log 27) = 2 \times 3 = 6$

Jadi ${}^{3}\log (27^{2}) = 2\,({}^{3}\log 27)$

c. $\log (100^{2}) = \log 10000 = 4$

$\log 100 = 2$

$2(\log 100) = 2 \times 2 = 4$

Jadi $\log (100^2) = 2(\log 100)$

Apa yang dapat Anda katakan tentang logaritma suatu perpangkatan ?

${}^a\log b = p$, sama artinya dengan $a^p = b$;

${}^a\log b^n = t$, sama artinya dengan $a^t = b^n$;

Jika $a^t = b^n$, maka $a^t = (a^p)^n = a^{pn}$ ← Sifat Perpangkatan

Jika $a^t = a^{pn}$, maka $t = p\,n$ ← Sifat Kesamaan Bilangan

Dari $t = p\,n$ disimpulkan ${}^a\log b^n = {}^a\log b \;?\; n = n\;{}^a\log b$

Jadi

$$\boxed{{}^a\log\, b^n = n\;{}^a\log b}$$

Contoh 6

Dengan menggunakan sifat logaritma hitunglah nilai dari ${}^2\log (32 \times 64)$

Penyelesaian :

Nilai ${}^2\log (32 \times 64)$ dapat dihitung dengan dua cara:

(i) ${}^2\log (32 \times 64) = {}^2\log (2048) = 11$ (*karena* $2^{11} = 2048$)

(ii.) ${}^2\log (32 \times 64) = {}^2\log 32 + {}^2\log 64 = 5 + 6 = 11$

Contoh 7

Hitunglah nilai dari ${}^3\log (135 : 5)$

Penyelesaian

Nilai ${}^3\log (135 : 5)$ dapat dihitung dengan dua cara:

(i) ${}^3\log (135 : 5) = {}^3\log (27) = 3$

(ii) ${}^3\log (135 : 5) = {}^3\log 135 : {}^3\log 5$

Contoh 8

Jika diketahui $\log 3 = 0{,}477$, tentukan nilai $\log 27$

Penyelesaian : $\log 27 = \log (3^3)$

$= 3 \;?\; \log 3 = 3 \;?\; 0{,}477$

$= 1{,}431$

Menggunakan Tabel Logaritma Dengan Basis 10.

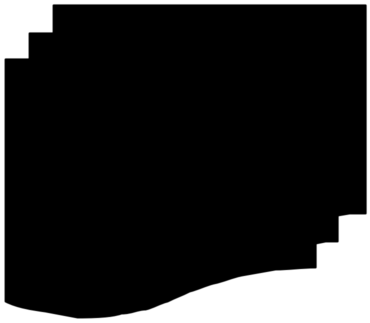
Bagaimana Anda menentukan nilai dari ${}^{2}\log 5$?

Tabel Logaritma

Tabel Logaritma yang ada di buku ini memuat nilai logaritma bilangan antara 1 dan 10 yang terdiri dari 3 angka dan hasilnya juga dalam 3 desimal (3 angka di belakang koma).

Misalnya kita akan mencari log 2,34. Lihat pada Tabel Logaritma baris 23 dan kolom 4 sebagai berikut:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	000	004	009	013	017	021	025	029	033	037
11	041	045	049	053	057	061	064	068	072	076
12	079	083	086	090	093	097	100	104	107	111
13	114	117	121	124	127	130	134	137	140	143
14	146	149	152	155	158	161	164	167	170	173
15	176	179	182	185	188	190	193	196	199	201
16	204	207	210	212	215	217	220	223	225	228
17	230	233	236	238	241	243	246	248	250	253
18	255	258	260	262	265	267	270	272	274	276
19	279	281	283	286	288	290	292	294	297	299
20	301	303	305	307	310	312	314	316	318	320
21	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
22	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
23	362	364	365	367	**369**	371	373	375	377	378
24	380	382	384	386	387	389	391	393	394	396
25	398	400	401	403	405	407	408	410	412	413



Diperoleh angka 369 sehingga log 2,34 = 0,369

log 2,34 =0,369

0 369

Karakteristik **Mantissa**

Pada log 2,34 = 0,369, angka 0 disebut karakteristik, sedangkan angka 369 (angka di belakang koma) disebut mantissa. Bagaimana mencari logaritma untuk bilangan kurang dari 1 atau lebih dari 10 dengan Tabel Logaritma pada buku ini? Masih ingatkah Anda dengan bentuk baku yang pernah Anda pelajari di Kelas 1?

Bentuk baku dari suatu bilangan dinyatakan dalam notasi:

$$a \times 10^n, \text{ dimana } 1 \le a < 10 \text{ dan } n \text{ bilangan bulat}$$

Dengan demikian, untuk mencari logaritma bilangan yang lebih dari 10 atau kurang dari 1 harus diubah dulu pada bentuk baku. Selanjutnya dicari nilai log *a* pada Tabel Logaritma dan dengan menggunakan sifat logaritma dihitung nilai log $a \times 10^n$.

Contoh 9

Hitunglah nilai log 23,4, log 23400 dan log 0,0234

Penyelesaian

a) 23,4 diubah dalam bentuk baku adalah 23,4 = 2, 34 x 10^1, jadi

$$\begin{aligned} \log 23{,}4 &= \log (2{,}34 \times 10^1) \\ &= \log 2{,}34 + \log 10^1 \\ &= 0{,}369 + 1 \\ &= 1{,}369 \end{aligned}$$

b) 23400 diubah dalam bentuk baku adalah 23400 = 2,34 x 10^4, jadi

$$\begin{aligned} \log 23400 &= \log (2{,}34 \times 10^4) \\ &= \log 2{,}34 + \log 10^4 \\ &= 0{,}369 + 4 \\ &= 4{,}369 \end{aligned}$$

c) 0,0234 diubah dalam bentuk baju adalah 0,0234 = 2,34 x 10^{-2}, jadi

$$\begin{aligned} \log 0{,}0234 &= \log (2{,}34 \times 10^{-2}) \\ &= \log 2{,}34 + \log 10^{-2} \\ &= 0{,}369 + (-2) = 0{,}369 - 2 = -1{,}631 \end{aligned}$$

Diskusi: Apakah yang dapat Anda simpulkan tentang hubungan pangkat dari bilangan 10 pada bentuk baku suatu bilangan dengan karakteristik dari logaritmanya?

Jika Anda 'kesulitan' dalam mencari nilai log pada Tabel Logaritma, maka gunakan karton siku untuk menunjukkan arah mendatar dan arah tegak.

Contoh 10

Hitunglah a. log 1,86 b. log 18,6 c. log186
d. log 0, 186 e. log 0,0186

dengan terlebih dulu mencari karakteristik dan mantissa

Penyelesaian

a. Dengan menggunakan tabel di atas mantisa dicari dari 18 mendatar dan 6 menurun didapat 270
1,86 karakteristiknya = 0, jadi log 1,86 = 0, 270
b. Mantisa sama yaitu 270, mengapa?
18,6 karakteristiknya = 1, jadi log 18,6 = 1, 270
c. Mantisa sama yaitu 270, mengapa?
186 karakteristiknya = 2, jadi log 186 = 2, 270
d. Mantisa sama yaitu 270, mengapa?
0,186 karakteristiknya = -1, jadi log 0,186 = 0, 270 -1
e. Mantisa sama yaitu 270, mengapa?
0,0186 karakteristiknya = -2, jadi log 0,0186 = 0, 270 - 2

Menggunakan Tabel Anti Logaritma

Misalkan log *a* = *b*. Jika nilai *a* diketahui, maka untuk mencari nilai *b* berarti kita mencari logaritma dari *a*. Tetapi jika nilai *b* yang diketahui maka untuk mencari nilai *a* berarti kita mencari antilog dari *b*.

Jika mencari logaritma suatu bilangan menggunakan Tabel Logaritma, maka mencari antilog dari suatu bilangan menggunakan Tabel Anti Logaritma.

Anda tentu ingat bagaimana mencari logaritma dari bilangan yang lebih dari 10 atau kurang dari 1.
Contoh: log 13,4 = 1,127 ? antilog 1,127 = 13,4
log 1340 = 3,127 ? antilog 3,127 = 1340
log 0,134 = 0,127 - 1 ? antilog 0,127 - 1= 0,134
log 0,0134 = 0,127 - 2 ? antilog 0,127 - 2 =0,0134
Bagaimana caramu mencari anti logaritma dari suatu bilangan dengan menggunakan Tabel Anti Logaritma?

Dengan Tabel Logaritma Anda akan mendapatkan: log 1,34 = 0,127

Ini berarti: antilog 0,127 = 1,34

Jika diberikan Tabel Anti Logaritma berikut, bagaimana cara Anda mencari antilog 0,127

Contoh 11

Tentukan antilog dari

a. 0, 193 b. 1,193 c. 2,193 d. 0,193-1 e. 0,193-2

Penyelesaian

Cari bilangan 193 pada tabel (bagian dalam), lihat arah mendatar akan didapat bilangan 15 dan lihat arah atas akan didapat bilangan 6. Jadi yang berkorespondensi dengan 193 adalah 156. Dengan demikian:

a. Antilog 0,193 adalah 1,56 (ingat karakteristiknya 0)
b. Antilog 1,193 adalah 15,6 (ingat karakteristiknya 1)
c. Antilog 2,193 adalah 156 (ingat karakteristiknya 2)
d. Antilog 0,193-1 adalah 0,156 (ingat karakteristiknya -1)
e. Antilog 0,193-2 adalah 0,0156 (ingat karakteristiknya -2)

Contoh 12

Dengan menggunakan Tabel Logaritma dan Tabel Anti Logaritma hitunglah nilai $\dfrac{5{,}93 \times 47{,}2}{0{,}0281}$

Penyelesaian :

$\log \dfrac{5{,}93 \times 47{,}2}{0{,}0281}$ **=** log 5,93 + log 47,2 – log 0,0281

= 0, 773 + 1,674 – (0,449 – 2)

= 3,998

antilog 3,998 = 9950

Jadi $\dfrac{5{,}93 \times 47{,}2}{0{,}0281}$ = 9950

Contoh 13

Suatu fungsi didefinisikan sebagai $f(x) = 3x^4$

Tentukan nilai $f(x)$ jika $x = 0{,}372$

Penyelesaian : $f(0{,}372) = 3 \times 0{,}372^4$

Penghitungan dengan menggunakan logaritma dapat digambarkan pada tabel berikut:

Bilangan	**Logaritma**
0,372	0,571-1 4
3	2,284-4 0,477
0,0577	2,761-4 0,761-2

Jadi f(0,372) = 0,0577

c. Rangkuman 3

1) $a^b = c$ sama artinya dengan ${}^a\log c = b$, $a > 0$, a ? 1, $c > 0$

2) Log (a x b) = log a + log b

3) Log (a : b) = log a – log b

4) ${}^a\log b^n = n\ {}^a\log b$

5) Pada log 2,34 = 0,369, angka 0 disebut karakteristik, sedangkan angka 369 (angka di belakang koma) disebut mantissa

6) Misalkan log *a* = *b*. Jika nilai *a* diketahui, maka untuk mencari nilai *b* berarti kita mencari logaritma dari *a*. Tetapi jika nilai *b* yang diketahui maka untuk mencari nilai *a* berarti kita mencari antilog dari *b*.

d. Tugas 3

1. Tentukan nilai dari
   a. ${}^3\log 243$
   b. ${}^5\log 3125$
2. Hitunglah !
   a. ${}^2\log 8 + {}^2\log 16$ b. ${}^2\log 128$? ${}^2\log 32$
3. Tentukan nilai x jika
   a. ${}^3\log (x + 1) = 2$ b. ${}^4\log (5x$? $4) = 2$
4. Dengan menggunakan tabel, tentukan logaritma dari:
   a. 2,47 f. 21,8 k. 229
5. Dengan menggunakan tabel logaritma, tentukan antilog dari:
   a. 0,267 f. 1,412 k. 5,294
6. Hitunglah dengan menggunakan sifat-sifat logaritma:
   a. ${}^6\log 12 + {}^6\log 18$ b. ${}^9\log 6 + {}^9\log 27$? ${}^9\log 2$

7. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, hitunglah!

   a. log 8 b. log 25

e. Kunci Tugas 3

1. Nilai dari

   a. ${}^{3}\log 243 = {}^{3}\log 3^{5} = 5$

   b. ${}^{5}\log 3125 = {}^{5}\log 5^{5} = 5$

2. Penyelesaiannya:

   a. ${}^{2}\log 8 + {}^{2}\log 16 = {}^{2}\log 2^{3} + {}^{2}\log 2^{4} = 3 + 4 = 7$

   b. ${}^{2}\log 128 - {}^{2}\log 32 = {}^{2}\log 2^{7} - {}^{2}\log 2^{5} = 7\text{-}5 = 2$

3. Penyelesaiannya:

   a. ${}^{3}\log (x + 1) = 2$

      $x + 1 = 3^{2}$ (definisi logaritma)

      $x = 9 - 1 = 8$

   b. ${}^{4}\log (5x - 4) = 2$

      $5x – 4 = 4^{2}$ (definisi logaritma)

      $5x = 20$

      $X = 4$

4. Dengan menggunakan tabel, didapat:

   a. log 2,47 = 0, 393

   b. log 21,8 = 1, 338

   c. log 229 = 2, 360

5. Dengan menggunakan tabel logaritma, didapat

   a. Antilog 0,267 = 1, 85

   b. Antilog 1,412 = 25,8

   c. Antilog 5,294 = 197000

6. Dengan menggunakan sifat-sifat logaritma, didapat:

a. ${}^{6}\log 12 + {}^{6}\log 18 = {}^{6}\log (12 \times 18) = {}^{6}\log 216 = {}^{6}\log 6^{3} = 3$

b. ${}^{9}\log 6 + {}^{9}\log 27 - {}^{9}\log 2 = {}^{9}\log \dfrac{6 ? 27}{2} = {}^{9}\log 81 = 2$

7. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, maka:

a. $\log 8 = \log \dfrac{4 ? 6}{3} = \log 4 + \log 6 - \log 3 = 0{,}602 + 0{,}778 - 0{,}447$

$= 0{,}933$

b. $\log 25 = \log \dfrac{100}{4} = \log 100 - \log 4 = 2 - 0{,}602 = 1{,}398$

f. Tes Formatif

1. Tentukan nilai dari

   a. ${}^{\frac{1}{2}}\log \frac{1}{16}$

   d. log 0,01

2 Hitunglah

   a. ${}^{4}\log 64 + {}^{2}\log 16$ b. ${}^{3}\log 27 - {}^{3}\log \frac{1}{3}$

3. Tentukan nilai x jika

   a. ${}^{5}\log (11x + 4) = 3$

   b. ${}^{2}\log (\frac{1}{2}x + 3) = -1$

4. Dengan menggunakan tabel, tentukan logaritma dari:

   a. 1,26 b. 0,225 c. 18,4

5. Dengan menggunakan tabel, tentukan anti logaritma dari:

   a. 1,267 b. 0,394 - 1 c. 0,045 - 3

6. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, hitunglah!

   a. log 12

   b. log 36

g. Kunci Tes Formatif

1. Nilai dari

   a. ${}^{\frac{1}{2}}\log \frac{1}{16} = {}^{\frac{1}{2}}\log (\frac{1}{2})^4 = 4$

   d. $\log 0{,}01 = \log 10^{-2} = -2$

2 Diperoleh hasil:

   a. ${}^{4}\log 64 + {}^{2}\log 16 = 4 + 4 = 8$

   b. ${}^{3}\log 27 - {}^{3}\log \frac{1}{3} = 3 – (-1) = 4.$

3. Nilai x didapat:

a. ${}^{5}\log (11x + 4) = 3$

$11x + 4 = 5^3$

$11x = 125 – 4$

$11x = 121$

$x = 11$

b. ${}^{2}\log (\frac{1}{2}x + 3) = -1$

$(\frac{1}{2}x + 3) = 2^{-1}$

$\frac{1}{2}x = -3 + ½$

$x= -5$

4. Dengan menggunakan tabel, didapat:

a. log 1,26 = 0, 100

b. log 0,225 = 0,352 – 1

c. log 18,4 = 1, 265

5. Dengan menggunakan tabel, didapat:

a. Antilog 1,267 = 18,5

b. Antilog 0,394 – 1 = 0,248

c. Antilog 0,045 – 3 = 0,00111

6. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, hitunglah!

a. log 12 = log (3 x 4) = log 3 + log 4 = 0, 477 + 0, 602 = 1,049

b. log 36 = log (4 x 3^2) = log 4 + log 3^2 = log 4 + 2log 3 =

= 0,602 + 2 x 0,477 = 1,556

Dapat menggunakan cara lain log 36 = log 6^2 = 2 l0g 6 = 2 x 0, 778

= 1,556

BAB III. EVALUASI

A. Soal Tes

1. Tulis dalam bentuk pangkat negatif

   a) $\frac{3}{a^3}$ b) $\frac{1}{2x^2y}$ c) $\frac{1}{9a^3b^2}$ d) $\frac{3ab}{6a^3b^4}$

2. Sederhanakan:

   a) $12 \;.\; 2^{-2} \;.\; 3^{-4}$ b) $\frac{12^n.9^2.3^{n?2}}{2^{n?1}.3^{n?1}}$

3. Hitunglah

   a) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ b) $(3^8)^{\frac{1}{2}}$ c) $(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$ d) $(2^2a^3b^4)^0$

4. Tulis dalam pangkat pecah

   a) $\sqrt[3]{3^4x^4y^2}$ b) $\sqrt[4]{2^5x^3y^2}$ c) $\sqrt[2]{2^3p^3q}$

5. Rasionalkan

   a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{2}{3 ? \sqrt{3}}$ c) $\frac{3}{\sqrt{3} ? \sqrt{2}}$

6. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, hitunglah!

   a) log 2 b) log 48

7. Hitung x dari persamaan berikut ini.

   a) ${}^3\log(2x ? 5) = 2$ b) ${}^5\log(15 ? 5x) = 3$

8. Sederhanakan

   a) ${}^4\log 2 + {}^4\log 8 + {}^4\log 12 - {}^4\log 3$ b) ${}^3\log 6 + {}^3\log 12 - {}^3\log$

9. Lisa membeli 5 buah apel dan Tini membeli 8 buah apel, harga seluruhnya Rp 15.600,00. Berapakah banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa dan Tini?

10. Seorang pemborong dapat menyelesaikan pembangunan jembatan selama 64 hari dengan pekerja 48 orang. Berapa pekerjakah yang diperlukan bila pembangunan jembatan ingin dipercepat selesai menjadi 24 hari?

B. Kunci Jawaban Soal Tes

1. a) $3a^{-3}$

   b) $\frac{1}{2}x^{?2}y^{?1}$

   c) $\frac{1}{9}a^{?3}b^{?2}$

   d) $\frac{1}{2}a^{?2}b^{?3}$

2. a) $2^{2} . 3 . 2^{-2} . 3^{-4} = 3^{-3}$

   b) $2^{n-1} . 3^{n+7}$

3. a) $\frac{1}{2}$

   b) 81

   c) 3

   d) 1

4. a) $3^{\frac{4}{3}}x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{3}}$

   b) $2^{\frac{5}{4}}x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{2}}$

   c) $2^{\frac{3}{2}}p^{\frac{3}{2}}q^{\frac{1}{2}}$

5. a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

   b) $\frac{6 ? 2\sqrt{3}}{6}$

   c) $\frac{3\sqrt{3} ? 3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

6. Jika log 3 = 0,477, log 4 = 0,602 dan log 6 = 0,778, didapat

a. $\log 2 = \log \frac{3 ? 4}{6}$ = log 3 + log 4 – log 6 = ...

b. log 48 = log (3 x 4^2) = log 3 + 2 log 4 = ...

7. Nilai x dari persamaan berikut ini.

a. ${}^{3}\log(2x ? 5) = 2$

$2x - 5 = 3^2$

$2x = 14$

$x = 7$

b. ${}^{5}\log(15 ? 5x) = 3$

$15 - 5x = 5^3$

$-5x = 110$

$X = -22$

8. Hasil penyederhanaan:

a. ${}^{4}\log 2 + {}^{4}\log 8 + {}^{4}\log 12 - {}^{4}\log 3 = {}^{4}\log \frac{2 ? 8 ? 12}{3} = {}^{4}\log 64 = 3$

b. ${}^{3}\log 6 + {}^{3}\log 12 - {}^{3}\log 8 = {}^{3}\log \frac{6 ? 12}{8} = {}^{3}\log 9 = 2$

9. Banyaknya uang yang harus dikeluarkan oleh Lisa = Rp 6.000,00 dan Tini = Rp 9.600,00

10. Hasi kali antara lama pekerjaan dan banyak pekerja = 3072

Misal banyaknya pekerja p orang, didapat model matematika

24p = 3072

p = 128

Jadi banyaknya pekerja 128 orang

BAB IV. PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, anda berhak untuk mengikuti tes praktek untuk menguji kompetensi yang telah anda pelajari. Apabila anda dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini, maka anda berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada guru untuk uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak industri atau asosiasi yang berkompeten apabila anda telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari guru atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak industri atau asosiasi profesi. Kemudian selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat anda berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh dunia industri atau asosiasi profesi.

DAFTAR PUSTAKA

Kusrini, Mega Teguh Budiarto, Atik Wintarti, Dkk 2003, Matematika SLTP Kelas 3, Jakarta: Dirjen Pendidikan Dasar dan Menengah, Direktorat PLP.

Depdiknas, 2004, Bilangan Rasional, Matematika – M.03, Modul Terintegrasi, Jakarta : Dirjen Pendidikan Dasar dan Menengah, Direktorat PLP.