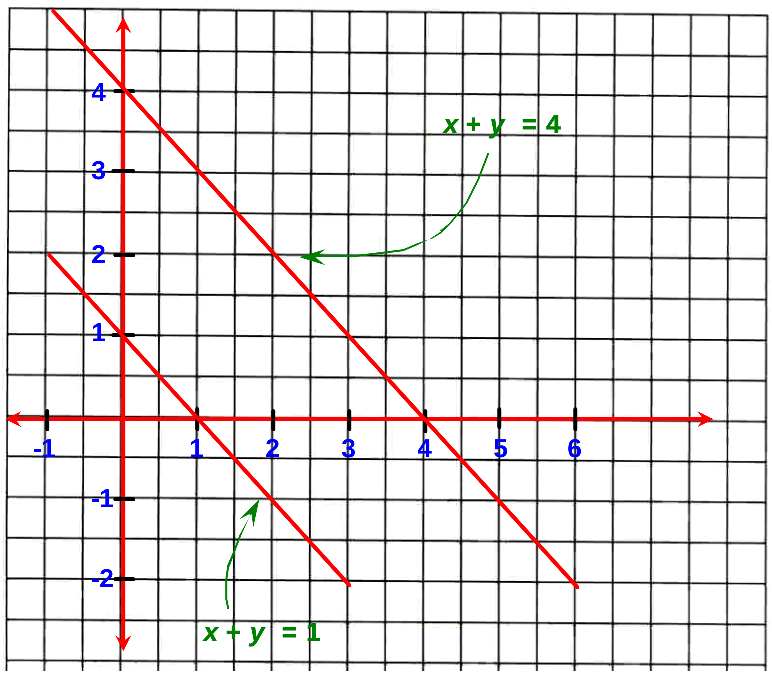
KODE MAT. 03

PERSAMAAN DAN KETIDAKSAMAAN

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT. 03

Persamaan dan Ketidaksamaan



BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT. 03

Persamaan dan Pertidaksamaan

Penyusun:

Drs. R. Sulaiman, MS.

Editor:
Dr. Manuharawati, MSi.
Dra. Kusrini, M.Pd.

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia dan hidayah-Nya, kami dapat menyusun bahan ajar modul manual untuk SMK Bidang Adaptif, yakni mata pelajaran Fisika, Kimia dan Matematika. Modul yang disusun ini menggunakan pendekatan pembelajaran berdasarkan kompetensi, sebagai konsekuensi logis dari Kurikulum SMK Edisi 2004 yang menggunakan pendekatan kompetensi *(CBT: Competency Based Training).*

Sumber dan bahan ajar pokok Kurikulum SMK Edisi 2004 adalah modul, baik modul manual maupun interaktif dengan mengacu pada Standar Kompetensi Nasional (SKN) atau standarisasi pada dunia kerja dan industri. Dengan modul ini, diharapkan digunakann sebagai sumber belajar pokok oleh peserta diklat untuk mencapai kompetensi kerja standar yang diharapkan dunia kerja dan industri.

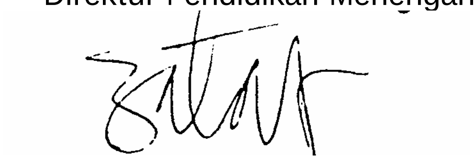
Modul ini disusun melalui beberapa tahapan proses, yakni mulai dari penyiapan materi modul, penyusunan naskah secara tertulis, kemudian disetting dengan bantuan alat-alat komputer, serta divalidasi dan diujicobakan empirik secara terbatas. Validasi dilakukan dengan teknik telaah ahli (*expert-judgment*), sementara ujicoba empirik dilakukan pada beberapa peserta diklat SMK. Harapannya, modul yang telah disusun ini merupakan bahan dan sumber belajar yang berbobot untuk membekali peserta diklat kompetensi kerja yang diharapkan. Namun demikian, karena dinamika perubahan sain dan teknologi di industri begitu cepat terjadi, maka modul ini masih akan selalu dimintakan masukan untuk bahan perbaikan atau direvisi agar supaya selalu relevan dengan kondisi lapangan.

Pekerjaan berat ini dapat terselesaikan, tentu dengan banyaknya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang perlu diberikan penghargaan dan ucapan terima kasih. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini tidak berlebihan bilamana disampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada berbagai pihak, terutama tim penyusun modul (penulis, editor, tenaga komputerisasi modul, tenaga ahli desain grafis) atas dedikasi, pengorbanan waktu, tenaga, dan pikiran untuk menyelesaikan penyusunan modul ini.

Kami mengharapkan saran dan kritik dari para pakar di bidang psikologi, praktisi dunia usaha dan industri, dan pakar akademik sebagai bahan untuk melakukan peningkatan kualitas modul. Diharapkan para pemakai berpegang pada azas keterlaksanaan, kesesuaian dan fleksibilitas, dengan mengacu pada perkembangan IPTEK pada dunia usaha dan industri dan potensi SMK dan dukungan dunia usaha industri dalam rangka membekali kompetensi yang terstandar pada peserta diklat.

Demikian, semoga modul ini dapat bermanfaat bagi kita semua, khususnya peserta diklat SMK Bidang Adaptif untuk mata pelajaran Matematika, Fisika, Kimia, atau praktisi yang sedang mengembangkan modul pembelajaran untuk SMK.

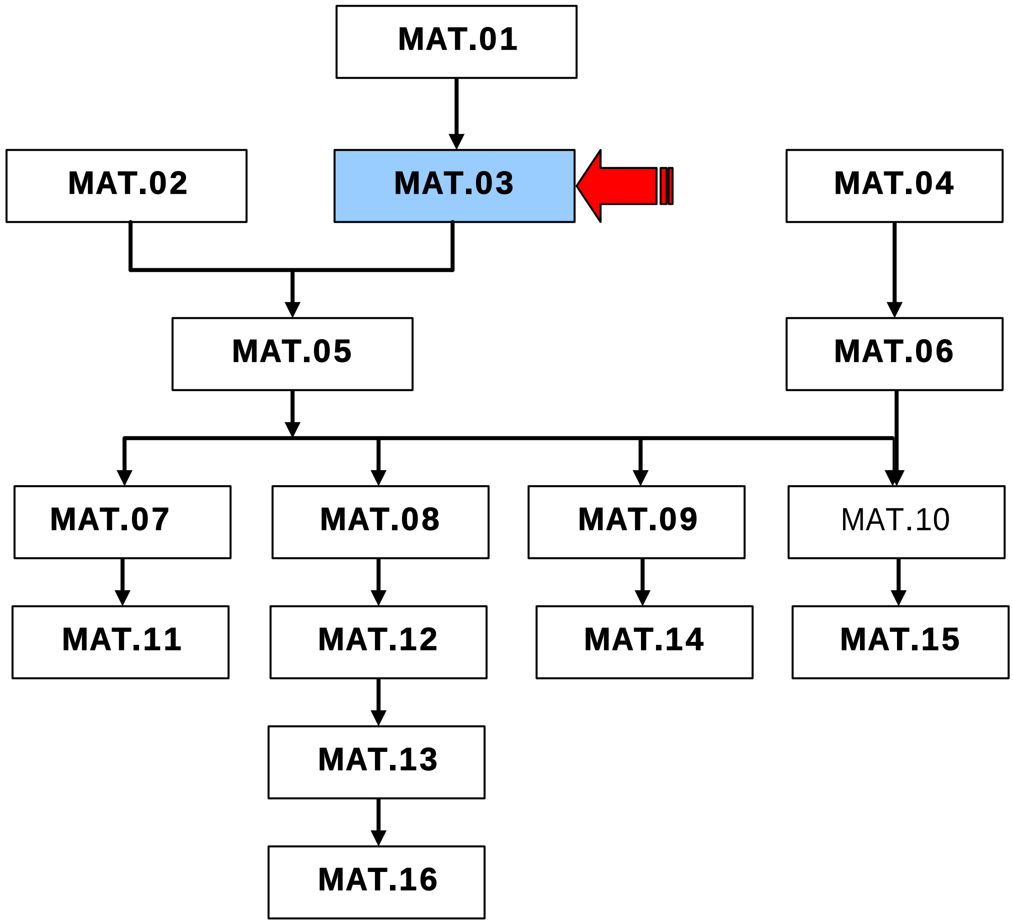
Jakarta, Desember 2004
a. n. Direktur Jenderal Pendidikan
Dasar dan Menengah
Direktur Pendidikan Menengah Kejuruan,



Dr. Ir. Gatot Hari Priowirjanto, M. Sc.
NIP 130 675 814

DAFTAR ISI

PETA KEDUDUKAN MODUL



Daftar Judul Modul

No.	Kode Modul	Judul Modul
1	MAT.01	Matrik
2	MAT.02	Logika Matematika
3	MAT.03	Persamaan dan Pertidaksamaan
4	MAT.04	Geometri Dimensi Dua
5	MAT.05	Relasi Dan Fungsi
6	MAT.06	Geometri Dimensi Tiga
7	MAT.07	Peluang
8	MAT.08	Bilangan Real
9	MAT.09	Trigonometri
10	MAT.10	Irisan Kerucut
11	MAT.11	Statistika
12	MAT.12	Barisan
13	MAT.13	Aproksimasi Kesalahan
14	MAT.14	ProgramLinier
15	MAT.15	Vektor
16	MAT.16	Matematika Keuangan

Glossary

ISTILAH	KETERANGAN
Persamaan Linier	adalah persamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.
Menyelesaikan suatu persamaan	adalah mencari nilai pengganti dari peubah sehingga menjadi pernyataan yang benar.
Tiga Langkag menyelesaikan persamaan linier	Tiga langkah berikut dapat dilakukan dalam menyelesaikan persamaan linear dengan satu peubah, yakni: (i) Menambah kedua ruas dengan bilangan yang sama. (ii) Mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama. (iii) Membagi atau mengalikan kedua ruas dengan bilangan yang sama yang bukan nol.
Pertidaksamaan linier satu peubah	adalah pertidaksamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.
Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu peubah	- Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama, maka tanda pertidaksamaan tetap. - Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan tetap. - Jika J Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan menjadi sebaliknya
Tiga cara untuk meyelesaikan persamaan kuadrat	cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna dan menggunakan rumus
Bagaimana bentuk umum persamaan kuadrat	Bentuk umum persamaan kuadrat (dalam x) adalah $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Modul ini berjudul *"Persamaan dan Pertidaksamaan".* Modul ini berisi tentang persamaan dan pertidaksamaan linier satu peubah, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, sistem persaman linier dua peubah, dan sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat.

Materi persamaan linier satu peubah merupakan materi yang pernah diperoleh pada saat di SMP, namun pada modul ini tingkat kesulitan soal dan latihan lebih tinggi. Materi persamaan kuadrat menyangkut cara menyelesaikan persamaan kuadrat. Ada tiga cara yang dibahas pada modul ini yaitu, cara memfaktorkan, cara melengkakan kuadrat, dan cara menggunakan rumus. Cara menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah yang dibahas pada modul ini ada empat yaitu, cara grafik, cara eliminasi, cara substitusi, cara kombinasi eliminasi dan substitusi, dan dengan cara menggunakan invers dan determinan matriks.

Hasil belajar yang diharapkan setelah mempelajari modul ini adalah Anda mampu:

1. Menyelesaikan persamaan linier satu peubah.
2. Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan kuadrat.
3. Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah.
4. Menyelesaikan sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat.

B. Prasyarat

Untuk dapat memahami modul ini dengan baik, maka materi prasyarat yang harus dimiliki adalah Matriks. Pemahaman tentang matriks yang dimaksud adalah tentang kesamaan dua matriks, penjumlahan dan perkalian matriks, menentukan determinan suatu matriks dan menentukan invers suatu matriks.

Kemampuan prasyarat itu digunakann khususnya dalam menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara menentukan determinan dan invers matriks. Sedangkan untuk materi lain pada modul ini tidak memerlukan prasyarat, dengan pengertian bahwa bekal awal yang telah dimiliki siswa pada saat di SMP sudah cukup untuk dapat memahami materi lain pada modul ini.

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut.

1. Pelajari daftar isi serta skema modul dengan cermat, karena daftar isi dan skema akan menuntun Anda dalam mempelajari modul ini dan kaitannya dengan modul-modul yang lain.
2. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
3. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari modul ini diharapkan anda sapat:

1. Memahami pengertian dan penyelesaian persamaan linier satu peubah.
2. Memahami pengertian dan penyelesaian pertidaksamaan linier satu peubah.
3. Memahami pengetian persamaan kuadrat.
4. Mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna, menggunakan rumus.
5. Memahami pengertian pertidaksamaan kuadrat.
6. Mampu menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat.
7. Menentukan jenis-jenis akar persamaan kuadrat.
8. Menentukan hasil kali dan jumlah akar-akar persamaan kuadrat.
9. Menyusun persamaan kuadrat jika akar-akarnya diketahui.
10. Memahami pengertian persamaan linier dua peubah.
11. Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara grafik, eliminasi, substitusi, determinan.
12. Memahami pengertian persamaan linier tiga peubah.
13. Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah dengan cara eliminasi, substitusi, determinan.
14. Menyelesaikan sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat.

E. Kompetensi

KOMPETENSI : KESAMAAN DAN KETIDAKSAMAAN
PROGRAM KEAHLIAN : program adaptif
KODE : MATEMATIKA/MAT 03
DURASI PEMBELAJARAN : 45 Jam @ 45 menit

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linier	✍ Persamaan dan pertidaksamaan linier ditentukan penyelesaiannya.	✍ Persamaan dan pertidaksamaan linier serta penyelesaiannya.	✍ Teliti dan cermat dalam menyelesaikan dan menerapkan konsep persamaan dan pertidaksamaan linier.	✍ Pengertian persamaan dan pertidaksamaan linier. ✍ Penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linier.	✍ Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier dan kuadrat.

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
2. Menerapkan persamaan dan pertidaksamaan kuadrat	✍ Persamaan dan pertidaksamaan kuadrat ditentukan penyelesaiannya. ✍ Persamaan kuadrat disusun berdasarkan akar-akar yang diketahui. ✍ Persamaan kuadrat baru disusun berdasarkan akar-akar persamaan kudrat lain.	✍ Persamaan dan pertidaksamaan kuadrat serta penyelesaiannya. ✍ Akar-akar persamaan kuadrat dan sifat-sifatnya. ✍ Menyusun persamaan kuadrat.	✍ Teliti dan cermat dalam menyelesaikan dan menerapkan konsep persamaan dan pertidaksamaan kuadrat.	✍ Pengertian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat. ✍ Penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat. ✍ Menyusun persamaan kuadrat.	
3. Menyelesaikan sistem persamaan	✍ Sistem persamaan ditentukan penyelesaiannya.	✍ Sistem persamaan linier dua dan tiga variabel. ✍ Sistem persamaan dengan dua variabel, satu linier dan satu kuadrat.	✍ Teliti dan cermat dalam menyelesaikan dan menerapkan konsep sistem persamaan.	✍ Penyelesaian sistem persamaan linier dengan eliminasi, substitusi, atau keduanya	

F. Cek kemampuan

1. Ida dan Anis pergi ke perpustakaan sekolah. Mereka membaca buku yang sama. Ida sudah membaca 12 halaman pertama. Banyak halaman yang belum dibaca Anis sebanyak 49 halaman. Ternyata banyak halaman yang belum dibaca Ida adalah dua kali banyak halaman yang telah dibaca Anis. Berapakah banyak halaman buku tersebut?
2. Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini!

   a) $x^2 ? 2\sqrt{5}x ? 1 ? 0$

   b) $(m ? 1)x^2 ? 2mx ? (m ? 1) ? 0;\ m ?$ -1.

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $x^2 ? 3x ? 5x ? 2x^2$
4. Tentukan nilai m agar persamaan kuadrat $(m ? 2)x^2 ? (m ? 2)x ? m ? 1 ? 0$ mempunyai dua akar yang sama.
5. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 ? 2ax ? 12b ? 0$ adalah -5 sedangkan hasilkalinya adalah -24. Tentukan nilai $a^2 ? b^2$.
6. Selesaikan sistem persamaan $\begin{matrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{matrix}\begin{matrix} \frac{x ? 2}{3} ? \frac{2b ? 3}{5} ? 2 \\ \frac{2x ? 1}{3} ? \frac{b ? 1}{2} ? 1 \end{matrix}$
7. Selesaikan sistem persamaan $\begin{matrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{matrix}\begin{matrix} ? x ? 2y ? z ? 6 \\ 3x ? 3y ? 2z ? 23 \\ 4x ? y ? 2z ? 10 \end{matrix}$
8. Selesaikan sistem persamaan $\begin{matrix} ? \\ ? \\ ? \end{matrix}\begin{matrix} x^2 ? xy ? y^2 ? ?11 \\ 2x ? y ? 1 \end{matrix}$

BAB II. PEMBELAJARAN

A. RENCANA BELAJAR SISWA

Kompetensi : Mengaplikasikan konsep persamaan dan pertidaksamaan

Sub Kompetensi :

- Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linier
- Menerapkan persamaan dan pertidaksamaan kuadrat
- Menyelesaikan sistem persamaan

Tulislah semua jenis kegiatan yang anda lakukan di dalam tabel kegiatan di bawah ini. Jika ada perubahan dari rencana semula, berilah alasannya kemudian mintalah tanda tangan kepada guru atau instruktur anda.

Jenis Kegiatan	Tanggal	Waktu	Tempat Belajar	Alasan perubahan	Tandatangan Guru

B. KEGIATAN BELAJAR

1. Kegiatan Belajar 1

Persamaan dan Pertidaksamaan Linier Satu Peubah

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- ✍ Memahami pengertian persamaan linier satu peubah.
- ✍ Mampu menyelesaikan persamaan linier satu peubah.
- ✍ Memahami pengertian pertidaksamaan linier satu peubah.
- ✍ Mampu menyelesaikan pertidaksamaan linier satu peubah.

b. Uraian Materi

Persamaan Linier Satu Peubah

Pada bagian ini kita akan mendalami cara mencari penyelesaian dari persamaan linier satu peubah.

Pengertian

Persamaan linier satu peubah adalah persamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.

<u>Contoh 1:</u>

$2x ? 7 ? 6x ? 3$, merupakan persamaan linier satu peubah karena peubahnya satu (yaitu x) dan pangkatnya adalah 1.

<u>Contoh 2:</u>

$y ? 4 ? 5y$, merupakan persamaan linier satu peubah karena peubahnya satu (yaitu y) dan pangkatnya adalah 1.

<u>Contoh 3:</u>

$? 7t ? 13 ? 2t$, merupakan persamaan linier satu peubah karena peubahnya satu (yaitu t) dan pangkatnya adalah 1.

<u>Contoh 4:</u>

$3y ? 6m ? 8$, bukan persamaan linier satu peubah karena peubahnya ada dua (yaitu y dan m).

<u>Contoh 5:</u>

$x^2 ? 9 ? 0$, bukan persamaan linier satu peubah walaupun peubahnya hanya satu tetapi pangkat dari peubahnya adalah dua.

Penyelesaian Suatu Persamaan

Menyelesaikan suatu persamaan artinya adalah mencari nilai pengganti dari peubah sehingga menjadi pernyataan yang benar.

<u>Contoh 6:</u>

$5t ? 6 ? ?11$, adalah persamaan linier satu peubah.

$t ? ?1$ merupakan penyelesaian persamaan itu karena jika t diganti dengan –1, maka pernyataan $5(?1) ? 6 ? ?11$ merupakan pernyataan yang benar. Sedangkan $t ? 1$ bukan penyelesaian karena jika t diganti dengan 1, maka pernyataan $5(1) ? 6 ? ?11$ merupakan pernyataan yang salah.

<u>Contoh 7:</u>

$3m ? 7 ? 2m$, adalah persamaan linier satu peubah.

$m ? ?7$ merupakan penyelesaian persamaan itu karena jika m diganti dengan –7, maka pernyataan $3(?7) ? 7 ? 2(?7)$ merupakan pernyataan yang benar. Sedangkan $m ? 5$ bukan penyelesaian karena jika m diganti dengan 5, maka pernyataan $5t ? 6 ? ?11$ merupakan pernyataan yang salah.

Cara mencari penyelesaian persamaan linier satu peubah

Tiga langkah berikut dapat dilakukan dalam menyelesaikan persamaan linier dengan satu peubah,

? Menambah kedua ruas dengan bilangan yang sama.

? Mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama.

? Membagi atau mengalikan kedua ruas dengan bilangan yang sama yang bukan nol.

Contoh 8:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $2x ? 3 ? ?3x ? 7$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$2x ? 3 ? ?3x ? 7$

? $3x ? 2x ? 3 ? 3x ? (?3x) ? 7$ .... (kedua ruas ditambah dengan $3x$)

? $5x ? 3 ? 7$

? $5x ? 3 ? 3 ? 7 ? 3$ .... (kedua ruas ditambah 3)

? $5x ? 10$

? $x = 2$ .... (kedua ruas dibagi dengan 5)

Himpunan penyelesaiannya adalah: {2}.

Contoh 9:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $? 5t ? 7 ? ? 2t ? 2$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$? 5t ? 7 ? ? 2t ? 2$

? $? 5t ? 7 ? 2t ? ? 2t ? 2 ? 2t$ .... (kedua ruas ditambah dengan $2t$)

? $? 3t ? 7 ? ?2$

? $? 3t ? 7 ? 7 ? ?2 ? 7$ .... (kedua ruas dikurangi 7)

? $? 3t ? ?9$

? $t ? 3$ ....(kedua ruas dibagi dengan -3)

Himpunan penyelesaiannya adalah: {3}.

Contoh 10:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $4m ? 13 ? ? 8m ? 17$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$4m ? 13 ? ? 8m ? 17$

$?\quad 4m ? 13 ? 8m ? ? 8m ? 17 ? 8m$ ....(kedua ruas ditambah dengan $8m$)

$?\quad 12m ? 13 ? ? 17$

$?\quad 12m ? 13 ? 13 ? ? 17 ? 13$ ....(kedua ruas ditambah 13)

$?\quad m ? ? \frac{4}{12}$ ....(kedua ruas dibagi 12)

$?\quad m ? ? \frac{1}{3}$

Himpunan penyelesaiannya adalah: $\{ ? \frac{1}{3} \}$.

Pertidaksamaan linier Satu Peubah

Pada bagian ini kita akan mendalami cara mencari penyelesaian dari pertidaksamaan linier satu peubah.

Pengertian

Pertidaksamaan linier satu peubah adalah pertidaksamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.

Contoh 11:

$5w ? 7 ? w ? 8$, merupakan pertidaksamaan linier satu peubah karena banyak peubahnya satu (yaitu w) dan pangkatnya adalah 1.

Contoh 12:

$2n ? 9 ? 21$, merupakan pertidaksamaan linier satu peubah karena banyak peubahnya satu (yaitu n) dan pangkatnya adalah 1.

Contoh 13:

$5t ? 7m ? 12$, ***bukan*** pertidaksamaan linier satu peubah karena peubahnya dua (yaitu t dan m).

Contoh 14:

$y ? 4 ? 3y^2 ? 3$, ***bukan*** pertidaksamaan linier satu peubah walaupun peubahnya hanya satu tetapi paubahnya ada yang berpangkat 2.

Cara mencari penyelesaian pertidaksamaan linier satu peubah

Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu peubah adalah,

a) Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama, maka tanda pertidaksamaan tetap.

b) Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan tetap.

c) Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan menjadi sebaliknya.

Contoh 15:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $4x ? 7 ? x ? 8$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$4x ? 7 ? x ? 8$

$? \quad 4x ? 7 ? x ? x ? 8 ? x$ ....(kedua ruas dikurangi x)

$? \quad 3x ? 7 ? ?8$

$? \quad 3x ? 7 ? 7 ? ?8 ? 7$ ....(kedua ruas ditambah 7)

$? \quad 3x ? ?1$

$? \quad x ? ?\frac{1}{3}$ ....(kedua ruas dibagi 3)

Himpunan penyelesaiannya adalah: $\{x ? R ? x ? ?\frac{1}{3}\}$.

Contoh 16:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $? 3t ? 12 ? 2t ? 17$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$? 3t ? 12 ? 2t ? 17$

$? \quad ? 3t ? 12 ? 2t ? 2t ? 17 ? 2t$ ....(kedua ruas dikurangi $2t$)

$? \quad ? 5t ? 12 ? 17$

$? \quad ? 5t ? 12 ? 12 ? 17 ? 12$ ....(kedua ruas dikurangi 12)

$? \quad ? 5t ? 5$

$? \quad t ? ?1$ ....(kedua ruas dibagi -5)

(perhatikan bahwa yang semula tanda pertidaksamaan ? karena dibagi dengan bilangan negatif –5, maka tanda pertidaksamaan menjadi ?.)

Himpunan penyelesaiannya adalah: $\{t ? R ? t ? ?1\}$.

Contoh 17:

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $? \frac{1}{3}x ? 16 ? 2x ? 8$ dan tentukan himpunan penyelesaiannya!

Penyelesaian:

$? \frac{1}{3}x ? 16 ? 2x ? 8$

$? \quad ? x ? 48 ? 6x ? 24$ ....(kedua ruas dikalikan 3)

$? \quad ? x ? 48 ? 48 ? 6x ? 24 ? 48$ ....(kedua ruas dikurangi 48)

$? \quad ? x ? 6x ? 72$

$? \quad ? 7x ? ?72$ ....(kedua ruas dikurangi $6x$)

$? \quad x ? \frac{72}{7}$ ....(kedua ruas dibagi -7)

Himpunan penyelesaiannya adalah: $\{x ? R ? x ? \frac{72}{7}\}$.

Langkah pengerjaan tidak harus sama dengan di atas, anda dapat pula menyelesaikan dengan langkah yang lain. Berikut ini diberikan cara penyelesaian dengan langkah yang berbeda. Silahkan anda mengamati perbedaannya.

Cara 2

Penyelesaian:

$? \frac{1}{3} x ? 16 ? 2x ? 8$

$? \quad x ? 48 ? \ ?6x ? 24$ ....(kedua ruas dikalikan -3)

$? \quad x ? 48 ? 48 ? \ ?6x ? 24 ? 48$ ....(kedua ruas ditambah 48)

$? \quad x ? \ ?6x ? 72$

$? \quad 7x ? 72$ ....(kedua ruas ditambah $6x$)

$? \quad x ? \frac{72}{7}$ ....(kedua ruas dibagi 7)

Himpunan penyelesaiannya adalah: { $y \quad ? x ? \frac{72}{7}$ }.

c. Rangkuman 1

? Persamaan linier satu peubah adalah persamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.

? Menyelesaikan suatu persamaan artinya adalah mencari nilai pengganti dari peubah sehingga menjadi pernyataan yang benar.

? Tiga langkah berikut dapat dilakukan dalam menyelesaikan persamaan linier dengan satu peubah:

- o Menambah kedua ruas dengan bilangan yang sama.
- o Mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama.
- o Membagi atau mengalikan kedua ruas dengan bilangan yang sama yang bukan nol.

? Pertidaksamaan linier satu peubah adalah pertidaksamaan yang hanya memuat sebuah peubah dan pangkat dari peubahnya adalah satu.

? Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu peubah adalah:

- ? Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama, maka tanda pertidaksamaan tetap.
- ? Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan tetap.
- ? Jika kedua ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama dan tidak nol, maka tanda pertidaksamaan menjadi sebaliknya.

d. Tugas 1

Kerjakan soal-soal berikut secara individu, jika ada kesulitan diskusikan dengan teman anda!

1. Sebuah kelompok sirkus mempunyai 6 harimau, tiga jantan dan tiga betina.
   a) Jika setiap hari pemiliknya memberikan 39 kg daging untuk makanan semua harimau itu dan tiap harimau mendapat bagian yang sama, berapakah berat daging yang dimakan oleh setiap harimau dalam sehari?
   b) Jika tiap singa memakan *n* kg sehari, dan daging yang dimakan oleh keenam singa itu 45 kg, tulis persamaan yang berkaitan dengan berat daging yang dimakan oleh keenam singa tersebut dalam sehari!
   c) Jika seekor harimau jantan makan daging dua kali yang dimakan seekor Harimau betina dan daging yang dimakan keenam harimau itu 36 kg, berapa kilogram daging yang dimakan tiap harimau jantan?
2. Ida dan Anis pergi ke perpustakaan sekolah. Mereka membaca buku yang sama. Ida sudah membaca 12 halaman pertama. Banyak halaman yang belum dibaca Anis sebanyak 49 halaman. Ternyata banyak halaman yang belum dibaca Ida adalah dua kali banyak

halaman yang telah dibaca Anis. Berapakah banyak halaman buku tersebut?

e. Tes Formatif 1

1. Selesaikan persamaan berikut ini:

   a. $10x - 21 = 2x$? 1

   b. $7x + 13 = -2x + 40$

   c. $4x + 2 = -2x + 5$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan berikut ini!

   a. $5y = y - 40$

   b. $2q + 4 = 4 - 2q$

   c. $2r + 16 = r - 25$

   d. $x + 2 = \frac{1}{2}(x + 1)$

   e. $(x - 4) = 2x + 6$

   f. $\frac{3}{4}x = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x$

   g. $\frac{1}{3}(x - 7) = 5x$

3. Ali dan Udin kakak beradik. Mereka bersepeda dari alun-alun ke rumahnya melewati jalan yang sama. Ali bersepeda dengan kecepatan 12 km/jam sedangkan Udin 8 km/jam. Ali tiba di rumahnya 15 menit sebelum Udin tiba. Berapa lama Ali bersepeda dari alun-alun ke rumahnya?
4. Jumlah tiga bilangan genap yang berurutan adalah 48. Tentukan ketiga bilangan itu!
5. Sebuah mobil dan sepeda motor berjalan bersama dan menempuh jarak yang sama. Kecepatan mobil 60 km/jam sedangkan sepeda motor 45 km/jam. Jika sepeda motor tiba di tempat tujuan 2 jam setelah mobil tiba, berapakah waktu yang diperlukan mobil dan berapa waktu yang diperlukan sepeda motor?

6. Sebuah pabrik roti menggaji semua karyawannya Rp 120.000,00 tiap hari. Biaya lain untuk tiap roti adalah Rp 600,00. Harga tiap roti Rp 1.200,00. Apa yang harus dilakukan agar pabrik itu tidak mengalami kerugian?

f. Kunci jawaban formatif 1

1 a) $8x ? 20; x ? \frac{5}{2}$

b) $9x ? 27; x ? 3$

c) $6x ? 3; x ? \frac{1}{2}$

2 a) $4y ? ?40; y ? ?10$

HP = { -10 }

b) $4q ? 0; q ? 0$

HP = { 0 }

c) HP = { -41 }

d) $2x ? 4 ? x ? 1; x ? ?3$

HP = {-3 }

e) $? x ? 1 ?; x ? ?10$

HP = { -10 }

f) $\frac{1}{12}x ? \frac{1}{2}; x ? 6$

HP = { 6 }

g) $\frac{14}{3}x ? ?\frac{7}{3}; 14x ? ?7; x ? ?\frac{1}{2}$

HP = { $-\frac{1}{2}$ }

3. s = V.t

$V_A.t_A ? V_U.t_U$

12. t_A = 8.($t_A ? \frac{1}{4}$)

$t_A = \frac{1}{2}\,jam$

4. $x ? (x ? 2) ? (x ? 4) ? 48$

$3x ? 42; x ? 14$

Jadi ketiga bilangan tersebut adalah 14, 16 dan 18.

5. 60. t_M = 45.($(t_M ? 2)$

$15.t_M$ = 90

$t_M ? 6\ jam$

Jadi waktu waktu yang diperlukan mobil adalah 6 jam dan waktu yang diperlukan sepeda motor adalah 8 jam.

6. Jawaban bisa bervariasi. Contoh jawaban adalah pabrik itu harus memproduksi minimal 200 biji dan laku terjual semuanya, karena dengan jumlah itu pengeluaran sama dengan pemasukan.

2. Kegiatan Belajar 2

Persamaan dan Pertidaksamaan Kuadrat

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ Memahami pengertian persamaan kuadrat.
- ✍ Mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan.
- ✍ Mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna.
- ✍ Mampu menyelesaikan persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus.
- ✍ Memahami pengertian pertidaksamaan kuadrat.
- ✍ Mampu menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat.

b. Uraian Materi

Persamaan Kuadrat

Pada bagian ini kita akan mendalami cara mencari penyelesaian dari persamaan kuadrat.

Pengertian

Persamaan kuadrat (dalam x) adalah persamaan dimana pangkat dari x adalah bilangan asli dan pangkat tertingginya adalah 2. Secara umum persamaan kuadrat (dalam x) berbentuk:

$ax^2 ? bx ? c ? 0 ; a ? 0$.

<u>Contoh 1:</u>

$2x^2 ? 3x ? 6 ? 0$, adalah persamaan kuadrat dalam x karena pangkat dari x adalah bilangan asli dan pangkat tertinggi dari x adalah 2.

Dalam persamaan di atas $a ? 2, b ? ?3 \, dan \, c ? 6$.

Contoh 2:

$3m^2 ? 8 ? 8m ? 4$, adalah persamaan kuadrat dalam m karena pangkat dari m adalah bilangan asli dan pangkat tertinggi dari m adalah 2. Persamaan kuadrat di atas dapat ditulis sebagai $3m^2 ? 8m ? 12 ? 0$. Dalam hal ini nilai $a ? 3,\ b ? ?8\ dan\ c ? ? 12$.

Persamaan kuadrat $3m^2 ? 8 ? 8m ? 4$ dapat pula ditulis sebagai $? 3m^2 ? 8m ? 12 ? 0$.

Contoh 3:

$8 ? 4t^2 ? 1$, adalah persamaan kuadrat dalam t karena pangkat dari t adalah bilangan asli dan pangkat tertinggi dari t adalah 2.

Contoh 4:

$2x^3 ? x^2 ? 5 ? 2x$, ***bukan*** persamaan kuadrat karena pangkat tertinggi dari x adalah 3.

Contoh 5:

$3t^2 ? 5t^{\frac{1}{2}} ? 2 ? 0$, ***bukan*** persamaan kuadrat karena pangkat dari t ada yang bukan bilangan asli, yaitu $\frac{1}{2}$.

Cara menyelesaikan persamaan kuadrat

Ada tiga cara untuk menyelesaikan persamaan kuadrat yaitu cara memfaktorkan, cara melengkapkan kuadrat sempurna dan menggunakan rumus. Masing-masing cara di atas diuraikan berikut ini.

1. Cara Memfaktorkan

Cara ini didasari oleh sifat perkalian dua bilangan riel. Jika a dan b adalah bilangan riel sehingga a.b=0, maka a=0 atau b=a. Demikian pula sebaliknya, jika a atau b adalah nol maka a.b=0.

Cara memfaktorkan ini dilakukan dengan merubah persamaan kuadrat sehingga salah satu ruas sama dengan nol. Kemudian merubah ruas yang lain menjadi perkalian dari dua suku yang masing-masing adalah linier. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $x^2 ? x ? 2$.

Penyelesaian:

$x^2 ? x ? 2$

$? \quad x^2 ? x ? 2 ? 0$

$? \quad (x ? 2)(x ? 1) ? 0$

$? \quad (x ? 2) ? 0$ atau $(x ? 1) ? 0$

$? \quad x ? ?2 \;\; atau \;\; x ? 1$

Bagaimana cara memfaktorkan? Berikut ini adalah langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk merubah suatu bentuk kuadrat ke dalam perkalian dua suku yang masing-masing linier.

Perhatikan bentuk umum persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0\,; a ? 0$.

Langkah-langkah:

a) Persamaan kuadrat dinyatakan dalam bentuk $ax^2 ? bx ? c ? 0\,; a ? 0$.
b) Kedua ruas dibagi dengan a sehingga koefisien dari x^2 adalah 1, akhirnya persamaan kuadrat semula berbentuk $x^2 ? bx ? c ? 0$.
c) Tentukan dua buah faktor c kalau dijumlahkan sama dengan b, misalkan dua faktor itu adalah q dan s, maka

$$q ? s ? b$$

$$x^2 ? bx ? c ? (x ? q)(x ? s) ? 0,$$

$$q.s ? c$$

sehingga $(x ? q) ? 0$ atau $(x ? s) ? 0$.

Jadi penyelesaiannya adalah $x ? ?q$ atau $x ? ?s$.

Contoh 2:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $2x^2 ? 2x ? 12 ? 0$.

Penyelesaian:

$2x^2 \; ? \; 2x \; ? \; 12 \; ? \; 0$

a) $2x^2 \; ? \; 2x \; ? \; 12 \; ? \; 0 \quad ? \quad x^2 \; ? \; x \; ? \; 6 \; ? \; 0$ (kedua ruas dibagi 2)

b) faktor-faktor -6 kalau dijumlahkan sama dengan 1 adalah 3 dan -3.

Diperoleh,

$2x^2 \; ? \; 2x \; ? \; 12 \; ? \; 0 \; ? \quad x^2 \; ? \; x \; ? \; 6 \; ? \; 0$

$? \quad x^2 \; ? \; x \; ? \; 6 \; ? \; (x \; ? \; 3(x \; ? \; 2) \; ? \; 0$

Sehingga $(x \; ? \; 3) \; ? \; 0$ atau $x \;\; ? \;\; ? \, 3$

$? \quad x \; ? \; ?3$ atau $x \; ? \; 2$.

Contoh 3:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $\frac{1}{2}x^2 \; ? \; 3x \; ? \; 4 \; ? \; 0$.

Penyelesaian:

$\frac{1}{2}x^2 \; ? \; 3x \; ? \; 4 \; ? \; 0$

a) $\frac{1}{2}x^2 \; ? \; 3x \; ? \; 4 \; ? \; 0 \quad ? \quad x^2 \; ? \; 6x \; ? \; 8 \; ? \; 0$ (kedua ruas dibagi $\frac{1}{2}$, atau dikalikan 2)

b) faktor-faktor 8 kalau dijumlahkan sama dengan 6 adalah 2 dan 4.

Diperoleh,

$x^2 \; ? \; 6x \; ? \; 8 \; ? \; 0 \quad ? \quad (x \; ? \; 2)(x \; ? \; 4) \; ? \; 0$

Sehingga $(x \; ? \; 2) \; ? \; 0$ atau $(x \; ? \; 4) \; ? \; 0$

$? \quad x \; ? \; ?2$ atau $x \; ? \; ?4$.

Contoh 4:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $3x^2 \; ? \; 12x \; ? \; 63 \; ? \; 0$.

Penyelesaian:

$3x^2 \; ? \; 12x \; ? \; 63 \; ? \; 0$

$? \quad x^2 \; ? \; 4x \; ? \; 21 \; ? \; 0$

$? \quad (x \; ? \; 7)(x \; ? \; 3) \; ? \; 0$

$? \quad (x ? 7) ? 0$ atau $(x ? 3) ? 0$

$? \quad x ? ?7$ atau $x ? 3$.

Jika koefisien x^2 bukan 1, anda dapat langsung memfaktorkan tanpa terlebih dahulu membagi kedua ruas dengan a. Cara memfaktorkan adalah seperti berikut.

- Menyatakan $ax^2 ? bx ? c$ sebagai hasil kali dua bentuk linier, yaitu

$$p.r \; ? \; a$$

$$ax^2 ? bx ? c ? (px ? q)(rx ? s) ? 0$$

$$p.s ? q.r \; ? \; b \qquad q.s ? c$$

- Selanjutnya $(px ? q) ? 0$ atau $(rx ? s) ? 0$
- Penyelesaiannya adalah $x ? ?\dfrac{q}{p}$ atau $x ? ?\dfrac{s}{t}$.

Contoh 5:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $3x^2 ? 12x ? 63 ? 0$.

Penyelesaian:

$$?$$

$$3x^2 ? 12x ? 63 ? (3x ? 9)(1x ? 7) ? 0$$

$$? \qquad \boxed{3(7)+(-9)(1)=12}$$

Contoh 6:

Tentukan penyelesaian dari persamaan $4x^2 ? 4x ? 24 ? 0$.

Penyelesaian:

$4x^2 ? 4x ? 24 ? 0 \; ? \quad (4x ? 8)(x ? 3) ? 0$

$? \quad 4x ? 8 ? 0$ atau $x ? 3 ? 0$

$? \quad x ? ?2$ atau $x ? 3$

2. Cara melengkapkan kuadrat sempurna

Bentuk kuadrat sempurna

Bentuk $x^2 ? 2x ? 1$ disebut bentuk kuadrat sempurna karena $x^2 ? 2x ? 1$ dapat dinyatakan sebagai kuadrat dari bentuk yang lain, yakni $x^2 ? 2x ? 1 = (x ? 1)^2$. Demikian pula $4x^2 ? 16x ? 16$ merupakan bentuk kuadrat sempurna karena $4x^2 ? 16x ? 16 = (2x ? 4)^2$. Jadi bentuk kuadrat sempurna adalah bentuk yang dapat dinyatakan sebagai kuadrat dari bentuk yang lain.

Bagaimana cara mengetahui suatu bentuk merupakan bentuk kuadrat sempurna atau bukan?

Perhatikan bahwa $(x ? a)^2 ? x^2 ? 2ax ? a^2$ dan $(x ? a)^2 ? x^2 ? 2ax ? a^2$. Dengan memperhatikan hal itu dapat disimpulkan bahwa bentuk $x^2 ? px ? q$ merupakan bentuk kuadrat sempurna jika dapat dinyatakan dalam bentuk $x^2 ? 2ax ? a^2$ atau $x^2 ? 2ax ? a^2$ ***(konstantanya merupakan kuadrat dari setengah koefisien*** x***).***

<u>Contoh 7:</u>

Apakah $x^2 ? 6x ? 9$ merupakan bentuk kuadrat sempurna? Jika ya, nyatakan dalam kuadrat dari bentuk yang lain!

<u>Penyelesaian:</u>

Perhatikan bentuk $x^2 ? 6x ? 9$

Koefisien x adalah –6 dan konstantanya adalah 9. Berarti, setengah dari koefisien x adalah –3. Ternyata 9 (konstanta) =. Jadi, $x^2 ? 6x ? 9$ merupakan bentuk kuadrat sempurna.

$x^2 ? 6x ? 9 ? (x ? 3)^2$.

<u>Contoh 8:</u>

Apakah $2x^2 ? 2x ? \frac{1}{2}$ merupakan bentuk kuadrat sempurna? Jika ya, nyatakan dalam kuadrat dari bentuk yang lain!

Penyelesaian:

$2x^2 ? 2x ? \frac{1}{2} ? 2(x^2 ? x ? \frac{1}{4})$.

Koefisien x dari bentuk $(x^2 ? x ? \frac{1}{4})$ adalah 1 dan konstantanya adalah $\frac{1}{4}$. Berarti, setengah dari koefisien x adalah $\frac{1}{2}$. Ternyata $\frac{1}{4}$ (konstanta) = $(\frac{1}{2})^2$. Jadi, $(x^2 ? x ? \frac{1}{4})$ merupakan bentuk kuadrat sempurna dan $(x ? \frac{1}{2})^2$.

Jadi, $2x^2 ? 2x ? \frac{1}{2} ? 2(x^2 ? x ? \frac{1}{4}) ? 2(x ? \frac{1}{2})^2 ? (\sqrt{2}(x ? \frac{1}{2}))^2$.

Dengan demikian $2x^2 ? 2x ? \frac{1}{2}$ merupakan bentuk kuadrat sempurna.

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna

Cara ini dilakukan dengan mengubah salah satu ruas persamaan kuadrat menjadi bentuk kuadrat sempurna. Dengam menggunakan sifat $x^2 ? a \quad ? \quad x ? ?\sqrt{a} \quad (a ? 0)$, maka persamaan kuadrat dapat ditentukan penyelesaiannya.

Contoh 9:

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 ? 8x ? 15 ? 0$.

Penyelesaian:

Koefisien x pada bentuk $x^2 ? 8x ? 15$ adalah 8, sehingga setengah dari koefisien x adalah 4 dan $4^2 ? 16$. Dengan demikian, bentuk $x^2 ? 8x ? 16$ merupakan bentuk kuadrat sempurna. Sehingga persamaan kuadrat $x^2 ? 8x ? 15 ? 0$ dapat dirubah menjadi $x^2 ? 8x ? 16 ? 1 ? 0$.

$$x^2 ? 8x ? 16 ? 1 ? 0 \;\; ? \;\; x^2 ? 8x ? 16 ? 1$$

$$? \;\; (x ? 4)^2 \; ? 1$$

$$? \;\; (x ? 4) \; ? \; ?\sqrt{1}$$

$$? \;\; x ? \; ?4 ? 1$$

$$? \;\; x ? \; ?3 \text{ atau } x ? \; ?5$$

Contoh 10:

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 ? x ? 20 ? 0$.

Penyelesaian:

Koefisien x pada bentuk $x^2 ? x ? 20$ adalah –1, sehingga setengah dari koefisien x adalah $-\frac{1}{2}$ dan $(?\frac{1}{2})^2 ? \frac{1}{4}$. Dengan demikian, bentuk $x^2 ? x ? \frac{1}{4}$ merupakan bentuk kuadrat sempurna. Sehingga persamaan kuadrat $x^2 ? x ? 20 ? 0$ dapat dirubah menjadi $x^2 ? x ? \frac{1}{4} ? 20\frac{1}{4} ? 0$.

$$x^2 ? x ? \frac{1}{4} ? 20\frac{1}{4} ? 0 \;\; ? \;\; x^2 ? x ? \frac{1}{4} \; ? \; 20\frac{1}{4}$$

$$? \;\; (x ? \frac{1}{2})^2 \; ? \; \frac{81}{4}$$

$$? \;\; (x ? \frac{1}{2}) \; ? \; ? \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$? \;\; x ? \frac{1}{2} ? \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$? \;\; x ? \frac{1}{2} ? \frac{9}{2}$$

$$? \;\; x ? \frac{1}{2} ? \frac{9}{2} \text{ atau } x ? \frac{1}{2} ? \frac{9}{2}$$

$$? \;\; x ? 5 \text{ atau } x ? ? 4$$

<u>Contoh 11:</u>

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 ? 4x ? 96 ? 0$.

<u>Penyelesaian:</u>

$x^2 ? 4x ? 96 ? 0 \quad ? \quad x^2 ? 4x ? 4 ? 100 ? 0$

$? \quad x^2 ? 4x ? 4 ? 100$

$? \quad (x ? 2)^2 ? 100$

$? \quad x ? 2 ? ?\sqrt{100}$

$? \quad x ? 2 ? 10$

$? \quad x ? 12$ atau $x ? ?8$

<u>Contoh 12:</u>

Selesaikan persamaan kuadrat $3x^2 ? 30x ? 72 ? 0$.

<u>Penyelesaian:</u>

$3x^2 ? 30x ? 72 ? 0 \quad ? \quad x^2 ? 10x ? 24 ? 0$

$? \quad x^2 ? 10x ? 25 ? 1 ? 0$

$? \quad x^2 ? 10x ? 25 ? 1$

$? \quad (x ? 5)^2 ? 1$

$? \quad x ? 5 ? ?1$

$? \quad x ? ?4$ atau $x ? ?6$

3. Dengan menggunakan rumus

Menyelesaikan persamaan kuadrat juga dapat dilakukan dengan menggunakan rumus. Penurunan rumus dilakukan dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Berikut adalah uraian penurunan rumus itu.

Perhatikan bentuk umum persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0 ; a ? 0$.

Jika kedua ruas dibagi dengan a maka persamaan kuadrat di atas ekuivalen dengan persamaan $x^2 ? \frac{b}{a}x ? \frac{c}{a} ? 0$.

$$ax^2 ? bx ? c ? 0 ? \quad x^2 ? \frac{b}{a}x ? \frac{c}{a} ? 0 \; ? \quad x^2 ? \frac{b}{a}x ? (\frac{b}{2a})^2 ? (\frac{b}{2a})^2 ? \frac{c}{a} ? 0$$

$$? \quad x^2 ? \frac{b}{a}x ? (\frac{b}{2a})^2 ? (\frac{b}{2a})^2 ? \frac{c}{a}$$

$$? \quad (x ? \frac{b}{2a})^2 ? \frac{b^2}{4a^2} ? \frac{4ac}{4a^2}$$

$$? \quad (x ? \frac{b}{2a})^2 ? \frac{b^2 ? 4ac}{4a^2}$$

$$? \quad 4a^2(x ? \frac{b}{2a})^2 \; ? b^2 ? 4ac$$

$$? \quad [2a(x ? \frac{b}{2a})]^2 ? b^2 ? 4ac$$

$$? \quad x ? \frac{b}{2a} ? ? \frac{\sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$$

$$? \quad x ? ? \frac{b}{2a} ? \frac{\sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$$

$$? \quad x_1 ? ? \frac{b}{2a} ? \frac{\sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$$ atau

$$x_2 ? ? \frac{b}{2a} ? \frac{\sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$$

Secara singkat dapat ditulis $x_{1,2} ? \frac{? b ? \sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$.

$b^2 ? 4ac$ seringkali ditulis dengan D (kependekan dari ***diskriminan***).

Sehingga akar-akar persamaan tersebut ditulis $x_{1,2} ? \frac{? b ? \sqrt{D}}{2a}$.

Jika D= $b^2 ? 4ac ? 0$, maka persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ tidak mempunyai akar-akar bilangan riel.

Contoh 13:

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 ? 11x ? 28 ? 0$.

Penyelesaian:

$a ? 1; b ? 11; c ? 28$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,11 ? \sqrt{(11)^2 ? 4(1)(28)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,11 ? \sqrt{121 ? 112}}{2}$$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,11 ? \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 ? \frac{?\,11 ? 3}{2}, \quad x_2 ? \frac{?\,11 ? 3}{2}$$

$x_1 ? ?4$, $x_2 ? ?7$.

Contoh 14:

Selesaikan persamaan kuadrat $x^2 ? 2x ? 32 ? ?2x ? 13$.

Penyelesaian:

$x^2 ? 2x ? 32 ? ?2x ? 13 \; ? \quad x^2 ? 4x ? 45 ? 0$

$a ? 1; b ? 4; c ? ?45$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,4 ? \sqrt{(4)^2 ? 4(1)(?45)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,4 ? \sqrt{16 ? 180}}{2}$$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,4 ? \sqrt{196}}{2}$$

$$x_1 ? \frac{?\,4 ? 14}{2}, \quad x_2 ? \frac{?\,4 ? 14}{2}$$

$x_1 ? ?5$, $x_2 ? ?9$.

Contoh 15:

Selesaikan persamaan kuadrat $4x^2 ? 13x ? 3 ? 0$.

Penyelesaian:

$a ? 4; b ? ?13; c ? 3$

$$x_{1,2} ? \frac{?\,(?13) ? \sqrt{(?13)^2 ? 4(4)(3)}}{2(4)}$$

$$x_{1,2} \ ? \ \frac{13 \ ? \ \sqrt{169 \ ? \ 48}}{8}$$

$$x_{1,2} \ ? \ \frac{13 \ ? \ 11}{8}$$

$$x_1 \ ? \ 3, \quad x_2 \ ? \ \frac{1}{4}.$$

Pertidaksamaan Kuadrat

Pada bagian ini kita akan mendalami cara mencari penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat.

Pengertian

Pertidaksamaan kuadrat (dalam x) adalah pertidaksamaan dimana pangkat dari x adalah bilangan asli dan pangkat tertingginya adalah 2.

<u>Contoh 1:</u>

$2x^2 \ ? \ 6x \ ? \ 12 \ ? \ 0$, adalah pertidaksamaan kuadrat dalam x karena pangkat dari x adalah bilangan asli dan pangkat tertinggi dari x adalah 2.

<u>Contoh 2:</u>

$? \ 3m^2 \ ? \ 5m \ ? \ 8 \ ? \ ?6$, adalah persamaan kuadrat dalam m karena pangkat dari m adalah bilangan asli dan pangkat tertinggi dari m adalah 2.

Cara menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat

Langkah-langkah untuk menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat adalah sebagai berikut:

a) Nyatakan pertidaksamaan kuadrat ke bentuk salah satu ruas sama dengan nol dan ruas yang lain adalah bentuk kuadrat.
b) Tentukan pembuat nol dari bentuk kuadrat itu.
c) Letakkan pembuat nol dalam garis bilangan.
d) Tentukan tanda dari setiap daerah pada garis bilangan.

e) Tentukan penyelesaiannya sesuai yang dikehendaki pada pertidaksamaan.

Untuk lebih jelasnya perhatikan beberapa contoh berikut ini.

Contoh 3:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $x^2 ? 5x ? ?6$.

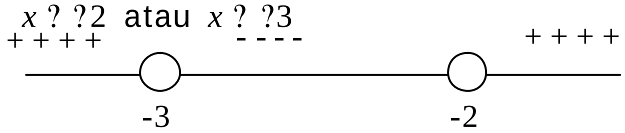
Penyelesaian:

$x^2 ? 5x ? ?6 \quad ? \quad x^2 ? 5x ? 6 ? 0$

Pembuat nol dari $x^2 ? 5x ? 6$ adalah nilai-nilai x sehingga $x^2 ? 5x ? 6 ? 0$.

$x^2 ? 5x ? 6 ? 0 \quad ? \quad (x ? 2)(x ? 3) ? 0$

$? \quad x ? ?2$ atau $x ? ?3$



Karena daerah yang diminta yang lebih kecil nol, maka x yang memenuhi adalah diantara –3 dan –2. Jadi himpunan penyelesaiannya adalah {x ? R? -3 < x < -2 }

Contoh 4:

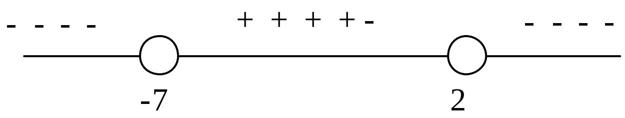
Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $? x^2 ? 5x ? 14 ? 0$.

Penyelesaian:

Pembuat nol dari $? x^2 ? 5x ? 14$ adalah nilai-nilai x sehingga $? x^2 ? 5x ? 14 ? 0$.

$? x^2 ? 5x ? 14 ? 0 \quad ? \quad (? x ? 7)(x ? 2) ? 0$

$? \quad x ? ?7$ atau $x ? 2$



Karena daerah yang diminta yang lebih kecil atau sama dengan nol, maka x yang memenuhi adalah lebih kecil atau sama dengan –7 atau lebih besar atau sama dengan 2. Jadi himpunan penyelesaiannya adalah {x ? R? $x ? ?7$ *atau* $x ? 2$}.

c. Rangkuman 2

✍ Bentuk umum persamaan kuadrat (dalam x) adalah

$ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$.

✍ Ada tiga cara untuk menyelesaikan persamaan kuadrat yaitu cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna dan menggunakan rumus.

✍ Langkah-langkah menyelesaikan persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ dengan memfaktorkan:

? Menyatakan $ax^2 ? bx ? c$ sebagai hasil kali dua bentuk linier, yaitu

$$p.r ? a$$

$$ax^2 ? bx ? c ? (px ? q)(rx ? s) ? 0$$

$$p.s ? q.r ? b \qquad q.s ? c$$

? Selanjutnya $(px ? q) ? 0$ atau $(rx ? s) ? 0$

? Penyelesaiannya adalah $x ? ?\frac{q}{p}$ atau $x ? ?\frac{s}{t}$.

? Jika $a ? 1$, maka persamaan kuadrat $x^2 ? bx ? c ? 0$ diubah menjadi

$$q ? s ? b$$

$$x^2 ? bx ? c ? (x ? q)(x ? s) ? 0$$

$$q.s ? c$$

sehingga penyelesaiannya adalah $x ? ?q$ atau $x ? ?s$

✍ Penyelesaian dari persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ adalah

$$x_{1,2} ? \frac{? b ? \sqrt{b^2 ? 4ac}}{2a}$$ untuk $b^2 ? 4ac ? 0$

d. Tugas 2

Kerjakan soal-soal berikut secara individu, jika ada kesulitan diskusikan dengan teman anda!

Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini!

1. $x^2 ? x ? \sqrt{2} ? 0$
2. $x^2 ? 2\sqrt{5}x ? 1 ? 0$
3. $2x^2 ? 9x ? 35 ? 0$
4. $(m ? 1)x^2 ? 2mx ? (m ? 1) ? 0;\ m ?$ -1.

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut!

5. $4x^2 ? 12x ? ?9$
6. $x^2 ? 3x ? 5x ? 2x^2$

e. Tes Formatif 2

Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini dengan cara memfaktorkan!

1. $x^2 ? x ? 30 ? 0$
2. $x^2 ? 3x ? 28 ? 0$
3. $2x^2 ? 5x ? 3 ? 0$

Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna!

4. $x^2 ? 4x ? 12$
5. $4x^2 ? 12x ? 8 ? 0$

Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini dengan menggunakan rumus!

6. $x^2 ? 2\sqrt{2}\,x ? 1$
7. $\sqrt{2}\,x^2 ? x ? \sqrt{2} ? 0$

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut!

8. $(x ? 5) ? 2(x^2 ? 2)$
9. $\dfrac{x^2 ? 3}{4} ? \dfrac{x^2 ? x ? 1}{3}$

f. Kunci jawaban formatif 2

1. $x^2 ? x ? 30 ? 0 \quad ? \quad (x ? 6)(x ? 5) ? 0$

$$? \quad x ? ?6 \ \textit{atau} \ x ? 5$$

2. $x^2 ? 3x ? 28 ? 0 \quad ? \quad (x ? 7)(x ? 4) ? 0$

$$? \quad x ? 7 \ \textit{atau} \ x ? ?4$$

3. $2x^2 ? 5x ? 3 ? 0 \quad ? \quad (2x ? 3)(x ? 1) ? 0$

$$? \quad x ? ?\frac{3}{2} \ \textit{atau} \ x ? ?1$$

4. $x^2 ? 4x ? 12 \quad ? \quad x^2 ? 4x ? 4 ? 16$

$$? \quad (x ? 2)^2 ? 4$$

$$? \quad (x ? 2) ? ?\sqrt{4}$$

$$? \quad x ? 0 \ \textit{atau} \ x ? ?4$$

5. $4x^2 ? 12x ? 8 ? 0 \quad ? \quad 4x^2 ? 12x ? 9 ? 12$

$$? \quad (2x ? 3)^2 ? 1$$

$$? \quad 2x ? 3 ? ? 1$$

$$? \quad x ? ? 2 \ \textit{atau} \ x ? 1$$

6. $x_{1,2} ? \dfrac{2\sqrt{2} ? \sqrt{(2\sqrt{2})^2 ? 4.(2).(1)}}{2.(1)}$

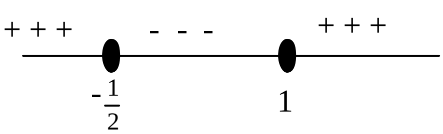
$$x_1 ? x_2 ? \sqrt{2}$$

7. $x_{1,2} ? \dfrac{?1 ? \sqrt{(1)^2 ? 4.(\sqrt{2}).(?\sqrt{2})}}{2.(\sqrt{2})}$

$$x_1 ? ?\frac{1}{2}\sqrt{2}; \ x_2 ? ?\sqrt{2}$$

8. $(x ? 5) ? 2(x^2 ? 2) \quad ? \quad 2x^2 ? x ? 1 ? 0$

$$? \quad (2x ? 1)(x ? 1) ? 0$$

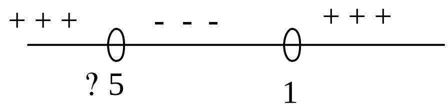


HP = $\{ x ?\ R ? x ? ?\frac{1}{2}\ atau\ x ? 1\}$.

9. $\frac{x^2 ? 3}{4} ? \frac{x^2 ? x ? 1}{3}$? $3x^2 ? 9 ? 4x^2 ? 4x ? 4$

? $x^2 ? 4x ? 5 ? 0$

? $(x ? 5)(x ? 1) ? 0$



HP = $\{ x ?\ R ? ?5 ? x ? 1\}$

3. Kegiatan Belajar 3

Menyusun Persamaan Kuadrat yang diketahui Akar-akarnya

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ Menentukan jenis akar-akar persamaan kuadrat.
- ✍ Menentukan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.
- ✍ Menentukan jumlah akar-akar persamaan kuadrat.
- ✍ Menyusun persamaan kuadrat jika diketahui akar-akarnya.

b. Uraian Materi

Jenis akar persamaan kuadrat

Telah diuraikan bahwa akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 \; ? \; bx \, ? \; c \; ? \; 0; a \, ? \, 0$ adalah $x_1 \; ? \; \frac{? \, b \; ? \sqrt{D}}{2a}, \;\; x_2 \; ? \; \frac{? \, b \; ? \sqrt{D}}{2a}$.

- ✍ Jika D>0, maka kedua akar persamaan kuadrat itu adalah bilangan riel yang berbeda
- ✍ Jika D=0, maka kedua akar persamaan kuadrat itu adalah dua bilangan riel yang sama yaitu $\frac{? \, b}{2a}$.
- ✍ Jika D<0, maka persamaan kuadrat itu tidak mempunyai akar bilangan riel.

__Contoh 1:__

Persamaan kuadrat $x^2 \; ? \; 5x \; ? \; 3 \; ? \; 0$ mempunyai dua akar riel yang berbeda karena D= $(5)^2 \; ? \; 4(1)(?3) \; ? \; 37 > 0$.

Contoh 2:

Persamaan kuadrat $x^2 ? 2x ? 6 ? 0$ tidak mempunyai akar riel karena D $= (2)^2 ? 4(1)(6) ? \; ?20 <$ 0.

Contoh 3:

Persamaan kuadrat $x^2 ? 6x ? 9 ? 0$ mempunyai dua akar riel yang sama karena D $= (6)^2 ? 4(1)(9) ? 0$.

Contoh 4:

Tentukan nilai m agar persamaan kuadrat $2x^2 ? 2mx ? 2x ? 3m ? 3 ? 0$ mempunyai dua akar riel yang sama.

Penyelesaian:

$2x^2 ? 2mx ? 2x ? 3m ? 3 ? 0 \quad ? \quad 2x^2 ? (2m ? 2)x ? (3m ? 3) ? 0$

Agar persamaan kuadrat itu mempunyai dua akar yang sama, maka diskriminannya harus sama dengan nol.

D $= (?2m ? 2)^2 ? 4(2)(3m ? 3) =$ 0.

$? \quad 4m^2 ? 8m ? 4 ? 24m ? 24 ? 0$

$? \quad 4m^2 ? 16m ? 20 ? 0$

$? \quad m^2 ? 4m ? 5 ? 0$

$? \quad (m ? 5)(m ? 1) ? 0$

$? \quad m ? 5 \text{ atau } m ? ?1$.

Jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

Akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ adalah

$x_1 ? \dfrac{? b ? \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 ? \dfrac{? b ? \sqrt{D}}{2a}$.

Jika kedua akar tersebut dijumlahkan, maka diperoleh $x_1 ? x_2 = -\dfrac{b}{a}$,

sedangkan jika kedua akar itu dikalikan maka diperoleh $x_1 . x_2 = \dfrac{c}{a}$.

Contoh 5:

Jika akar-akar persamaan kuadrat $x^2 ? 7x ? 12 ? 0$ adalah ? dan ?, maka tentukan:

a) $? + ?$

b) $? . ?$

c) $?^2 ? ?^2$

Penyelesaian:

a) $? + ? = ? \frac{b}{a} ? ? \frac{7}{1} ? ?7$

b) $? . ? = \frac{c}{a} ? \frac{12}{1} ? 12$

c) $?^2 ? ?^2 ? (? ? ?)^2 ? 2? . ?$

$= (?7)^2 ? 2(12) ? 25$.

Contoh 6:

Jika akar-akar persamaan $6x^2 ? 36 ? 18 ? 0$ adalah ? dan □, tentukan:

a) $\frac{1}{?} ? \frac{1}{\square}$

b) $? \ ?\square$

Penyelesaian:

a) $\frac{1}{?} ? \frac{1}{\square} ? \frac{\square ? ?}{? . \square} ? \frac{? b/a}{c/a} ? \frac{? 36/6}{? 18/6} ? \frac{? 6}{? 3} ? 2$

b) $(? \ ?\square)^2 ? ?^2 ? 2 ? \square ? \square^2$

$= ?^2 ? \square^2 ? 2 ? \square$

$= (? \ ?\square)^2 ? 4 ? \square$

$= (?6)^2 ? 4(?3)$

$= 48$

Jadi, $? \ ?\square ? ? \sqrt{48}$.

Menyusun persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya

Dari uraian sebelumnya telah kita ketahui bahwa jumlah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ adalah $x_1 ? x_2 = -\frac{b}{a}$, sedangkan jika kedua akar itu dikalikan maka diperoleh $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$. Dari dua kesamaan itu diperoleh hubungan $b ? ?a(x_1 ? x_2)$ dan $c ? a(x_1.x_2)$. Jika niali b dan c ini disubstitusikan ke persamaan semua, yaitu $ax^2 ? bx ? c ? 0$, maka diperoleh $ax^2 ? a(x_1 ? x_2) ? a(x_1.x_2) ? 0$. Jika kedua ruas dibagi dengan a diperoleh $ax^2 ? bx ? c ? 0$? $x^2 ? (x_1 ? x_2) ? (x_1.x_2) ? 0$. Dengan demikian persamaan kuadrat jika diketahui akar-akarnya ? dan ? adalah $x^2 ? (? ? ?)x ? (?.?) ? 0$.

<u>Contoh 7:</u>

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-2\frac{1}{3}$ dan $\frac{4}{5}$.

<u>Penyelesaian:</u>

$-2\frac{1}{3} + \frac{4}{5} = \frac{?7}{3} ? \frac{4}{5} ? \frac{?35 ? 12}{15} ? \frac{?23}{15}$

$(-2\frac{1}{3}).(\frac{4}{5}) = \frac{?7}{3} ? \frac{4}{5} ? \frac{?28}{15}$

Jadi persamaan kuadratnya adalah $x^2 ? \frac{?23}{15}x ? \frac{28}{15} ? 0$ atau dapat ditulis $15x^2 ? 23x ? 28 ? 0$.

<u>Contoh 8:</u>

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 lebihnya dari akar-akar persamaan $x^2 ? 5x ? 6 ? 0$.

<u>Penyelesaian:</u>

Misalkan akar-akar persamaan $x^2 ? 5x ? 6 ? 0$ adalah ? dan ? dan misalkan akar-akar persamaan yang diminta adalah ? dan ?. Maka diperoleh hubungan ? = ? +2 dan ? = ? +2. Persamaan yang diminta adalah $x^2 ? (? ? ?)x ? (?.?) ? 0$.

? + ? = (? + ?) + 4 = 5 + 4 = 9.

?.? = (? +2)(? +2) = ?.? + 2(? + ?) + 4

= 6+2(5) + 4 = 20.

Jadi, persamaan kuadrat yang diminta adalah $x^2 ? 9x ? 20 ? 0$.

Contoh 9:

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya enam kali akar-akar persamaan $6x^2 ? x ? 1 ? 0$.

Penyelesaian:

Misalkan akar-akar persamaan $6x^2 ? x ? 1 ? 0$ adalah ? dan ? dan misalkan akar-akar persamaan yang diminta adalah ? dan ?. Maka diperoleh hubungan ? = 2? dan ? = 2?. Persamaan yang diminta adalah $x^2 ? (? ? ?)x ? (?.?) ? 0$.

? + ? = (2? + 2?) = 2(? + ?) = 2($\frac{?1}{6}$) = $\frac{?1}{3}$

?.? = (2?) (2?) = 4 ?.? = 4 ($\frac{?1}{6}$) = $\frac{?2}{3}$

Jadi, persamaan kuadrat yang diminta adalah $x^2 ? \frac{1}{3}x ? \frac{2}{3} ? 0$ atau dapat ditulis $3x^2 ? x ? 2 ? 0$.

c. Rangkuman 3

✍ Jika diskriminan (D= $b^2 ? 4ac$) suatu persamaan kuadrat adalah positif, maka kedua akar persamaan kuadrat itu adalah bilangan riel yang berbeda

- ✍ Jika diskriminan (D= $b^2 ? 4ac$) suatu persamaan kuadrat adalah nol, maka kedua akar persamaan kuadrat itu adalah dua bilangan riel yang sama yaitu $\frac{? b}{2a}$.
- ✍ Jika diskriminan (D= $b^2 ? 4ac$) suatu persamaan kuadrat adalah negatif, maka persamaan kuadrat itu tidak mempunyai akar bilangan riel.
- ✍ Jumlah akar persamaan kuadrat $ax^2 ? bx ? c ? 0; a ? 0$ adalah $x_1 ? x_2 = -\frac{b}{a}$, sedangkan hasil kalinya adalah $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$.
- ✍ Persamaan kuadrat yang akar-akarnya ? dan ? adalah $x^2 ? (? \; ? \; ?)x ? (?.?) ? 0$.

d. Tugas 3

Kerjakan soal-soal berikut secara individu, jika ada kesulitan diskusikan dengan teman anda!

1. Tentukan nilai m agar persamaan kuadrat $4x^2 ? (8m ? 4)x ? 3m^2 ? 6m ? 5 ? 0$ mempunyai dua akar yang sama.
2. Tentukan nilai m agar persamaan kuadrat $(m ? 2)x^2 ? (m ? 2)x ? m ? 1 ? 0$ mempunyai dua akar yang sama.
3. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 ? 3ax ? b ? 0$ adalah 5 sedangkan hasil kalinya adalah 6. Tentukan nilai a dan b.

e. Tes Formatif 3

1. Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar dari setiap persamaan kuadrat berikut ini!
   a) $2x^2 ? 6x ? 3 ? 0$
   b) $2x^2 ? 7x ? 4 ? 0$
   c) $px^2 ? qx ? r ? 0$

d) $\frac{1}{3}ax^2 ? \frac{1}{2}bx ? c ? 0$

2. Jika akar-akar persamaan $6x^2 ? 18x ? 9$ adalah p dan q, tentukan:

a) $\frac{1}{p} ? \frac{1}{q}$

b) $(p ? 2)(q ? 2)$

c) $\frac{p}{q} ? \frac{q}{p}$

3. Jika akar-akar persamaan $x^2 ? 9x ? 1 ? 0$ adalah u dan t, tentukan:

a) persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{u}{t}$ dan $\frac{t}{u}$

b) persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(2u ? 3)$ dan $(2t ? 3)$

c) persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(u^2 ? 2)$ dan $(t^2 ? 2)$

f. Kunci jawaban formatif 3

Misalkan akar-akar persamaan 1a) – 1d) adalah ? dan ?, maka:

1. a) ? +? = $\frac{?6}{2} ? ?3$; ? .? = $\frac{3}{2}$

b) ? +? = $\frac{7}{2}$; ? .? = -2

c) ? +? = $\frac{q}{p}$; ? .? = $\frac{r}{p}$

d) ? +? = $\frac{?3}{2}b$; ? .? = $? \frac{3c}{a}$

2. $p ? q ? 3; \ p.q ? ?\frac{3}{2}$

a) $\frac{1}{p} ? \frac{1}{q} = \frac{q ? p}{p.q} ? \frac{3}{?3/2} ? \frac{?6}{3} ? ?2$

b) $(p ? 2)(q ? 2) = pq ? 2(p ? q) ? 4 ? ?\frac{3}{2} ? 2(3) ? 4 ? 10 ? \frac{3}{2} ? 8\frac{1}{2}$

c) $\frac{p}{q} ? \frac{q}{p} = \frac{p^2 ? q^2}{p.q} ? \frac{(p ? q)^2 ? 2pq}{p.q} ? \frac{(3)^2 ? 2(\frac{?3}{2})}{? \, 3/2} ? \frac{9 ? 3}{? \, 3/2} ? \frac{12.(2)}{? 3} ? ?8$

3. $u ? t ? ?9; u.t ? 1$

Misalkan akar-akar persamaan yang baru adalah ? dan ?.

a) $? + ? = \frac{u}{t} ? \frac{t}{u} ? \frac{u^2 ? t^2}{u.t} ? \frac{(u ? t)^2 ? 2ut}{ut} ? \frac{(?9)^2 ? 2.(1)}{1} ? 79$

$? . ? = \frac{u}{t}.\frac{t}{u} ? 1$

Persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 ? 79x ? 1 ? 0$

b) $? + ? = (2u ? 3) ? (2t ? 3) ? 2(u ? t) ? 6$

= 2.(-9)+6 = -12

$? . ? = 4ut ? 6(u ? t) ? 9 ? 4.(1) ? 6(?9) ? 9 ? ?44$

Persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 ? 12x ? 44 ? 0$

c) $? + ? = u^2 ? t^2 ? 4 ? (u ? t)^2 ? 2ut ? 4$

$= (?9)^2 ? 2.(1) ? 4 ? 75$

$? . ? = u^2t^2 ? 2(u^2 ? t^2) ? 4$

$= (ut)^2 ? 2[(u ? t)^2 ? 2ut] ? 4$

$= 1^2 ? 2[(?9)^2 ? 2.(1)] ? 4 ? ?153$

Persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 ? 75x ? 153 ? 0$

4. Kegiatan Belajar 4

Sistem Persamaan Linier (SPL) Dua Peubah

Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ Memahami pengertian persamaan linier dua peubah.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara grafik.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara eliminasi.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara substitusi.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan menggunakan determinan.

Uraian Materi

Persamaan linier dua peubah

Pengertian

Persamaan yang memuat dua peubah, pangkat peubahnya adalah satu dan tidak ada perkalian atau pembagian antar peubah itu disebut ***persamaan linier dua peubah.***

<u>Contoh 1:</u>

a) $3x ? 5y ? ?9$ adalah persamaan linier dua peubah dalam x dan y.

b) $?7s ? 3t ? 3t ? 7$ adalah persamaan linier dua peubah dalam s dan t.

c) $\frac{2}{4}u ? 3v ? 5 ? 5u ? 6v$ adalah persamaan lnier dua peubah dalam u dan v.

d) $3x ? 5xy ? 3$, bukan persamaan linier dua peubah, karena ada suku perkalian antara x dan y.

e) $5x ? 4y ? 1 ? 3 ? 5\frac{x}{y}$, bukan persamaan linier dua peubah karena ada suku pembagian antara x dan y.

f) $p^2 ? q ? 6 ? 0$ bukan persamaan linier dua peubah karena pangkat dari p adalah 2.

Sistem persamaan linier dua peubah

Pengertian

Dua atau lebih dari persamaan linier dua peubah yang berlaku secara serentak disebut sistem persamaan linier dua peubah. Untuk menotasikan persamaan-persamaan itu berlaku secara serentak digunakann notasi “ ? ”.

Berikut ini adalah contoh sistem persamaan linier dua peubah.

<u>Contoh 2:</u>

$? \; 2x ? y ? 1$
$?$
$?? \; x ? 3y ? 3$

<u>Contoh 3:</u>

$? \; 3u ? 4v ? 7 ? 6u$
$?$
$? 4u ? 7v ? 5 ? 3 ? 3u$

Menyelesaikan Sistem persamaan linier dua peubah

Pengertian

Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah artinya adalah mencari nilai pengganti dari setiap peubah sehingga jika peubah pada setiap persamaan diganti dengan nilai yang dimaksud, maka persamaan itu berubah menjadi kalimat yang bernilai benar.

Contoh 4:

$x = 0$; $y = 1$ adalah penyelesaian dari sistem persamaan linier $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x + 3y = 3 \end{cases}$, karena jika pada kedua persamaan di atas peubah x diganti dengan 0 dan y diganti dengan 1, maka diperoleh dua pernyataan:

a) $2(0) + 1 = 1$

b) $-(0) + 3(1) = 3$, dan kedua pernyataan tersebut adalah benar.

Contoh 5:

$u = 5$; $v = -1$ ***bukan*** penyelesaian dari sistem persamaan linier $\begin{cases} 3u - 4v = 7 + 6u \\ 4u + 7v + 5 = 3 + 3u \end{cases}$, karena jika pada kedua persamaan di atas peubah u diganti dengan 5 dan v diganti dengan -1, maka diperoleh dua pernyataan:

a) $3(5) - 4(-1) = 7 + 6(5)$

b) $4(5) + 7(-1) + 5 = 3 + 3(5)$

Pernyataan a) bernilai salah, karena ruas kiri sama dengan 19 sedangkan ruas kanan sama dengan 37. Pernyataan b) bernilai benar.

Karena ada pernyataan yang salah, maka $u = 5$; $v = -1$ bukan penyelesaian sistem persamaan linier $\begin{cases} 3u - 4v = 7 + 6u \\ 4u + 7v + 5 = 3 + 3u \end{cases}$.

Cara Menyelesaikan Sistem persamaan linier dua peubah

Empat cara berikut dapat dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah, yaitu: ***cara grafik, cara eliminasi, cara substitusi*** dan ***menggunakan determinan***. Tiap cara tersebut diuraikan berikut ini.

1. Cara Grafik

Penyelesaian dari suatu persamaan linier dua peubah dapat dipandang sebagai pasangan bilangan riel. Pasangan bilangan riel dapat dipandang sebagai koordinat titik pada bidang datar. Persamaan linier dua peubah dapat dipandang sebagai persamaan garis lurus. Himpunan penyelesaian dari persamaan linier tersebut dapat dipandang sebagai himpunan titik-titik pada bidang datar yang dilalui oleh garis tersebut. Dengan demikian, penyelesaian dari sistem persamaan linier dua peubah dapat dipandang sebagai titik-titik yang dilalui oleh kedua garis.

Untuk lebih jelasnya berikut diberikan langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dengan cara grafik.

a) Gambarlah (pada bidang koordinat) grafik garis lurus yang menyatakan himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan.
b) Tentukan titik potong kedua garis tersebut (jika ada). Koordinat titik potong itulah merupakan pasangan penyelesaian dari sistem persamaan yang dimaksud.

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

<u>Contoh 5:</u>

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linier $\begin{cases} x + 2y = 70.000 \\ 2x + y = 80.000 \end{cases}$ dengan cara grafik.

Penyelesaian:

a) Kita gambarkan grafik masing-masing persamaan dengan bantuan tabel sebagai berikut.

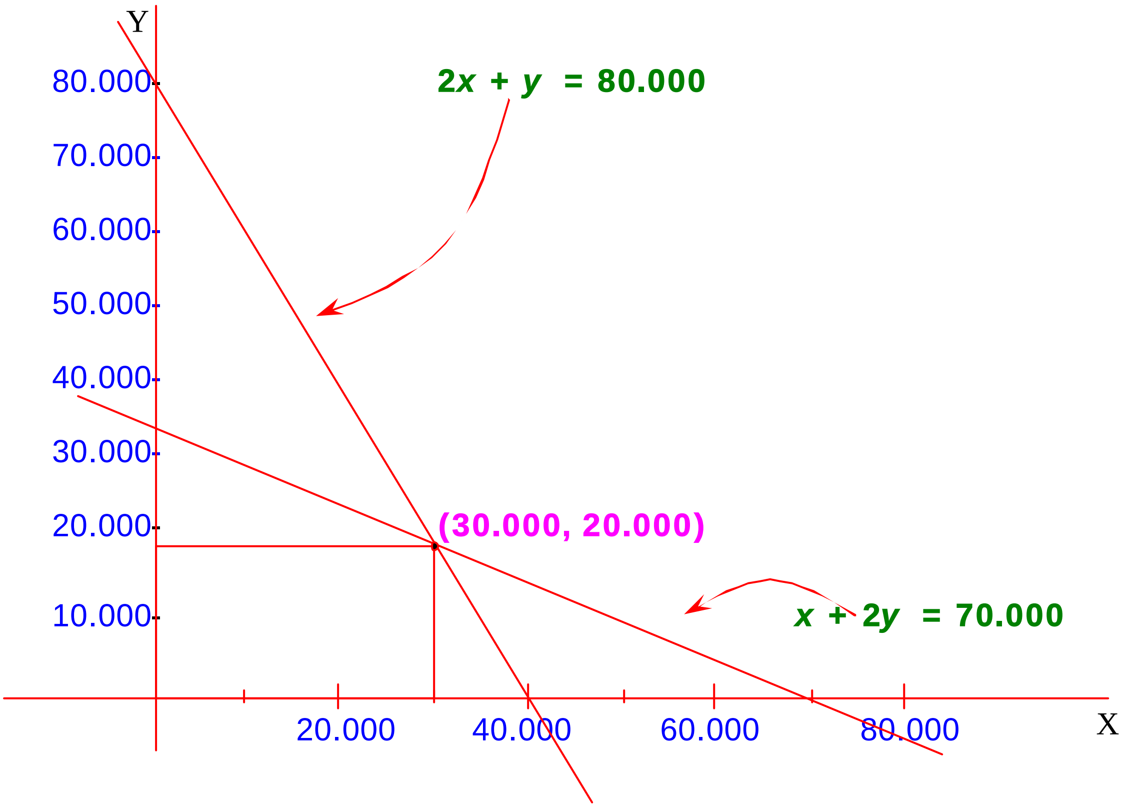
$x + 2y = 70.000$

x	0	70.000
y	35.000	0

$2x + y = 80.000$

x	0	40.000
y	80.000	0

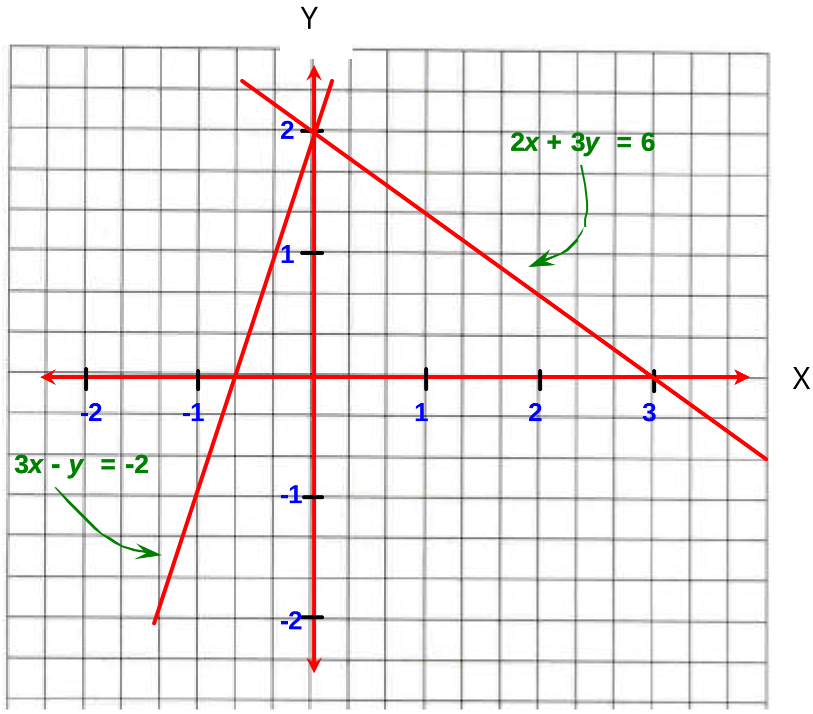
b) Dengan pertolongan titik-titik itu digambar grafik kedua persamaan tersebut pada bidang koordinat Cartesius sebagai berikut.



Pada gambar di atas, kedua garis berpotongan di titik (30.000, 20.000). Jadi penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah $x = 30.000$; $y = 20.000$.

Contoh 6:

Selesaikan sistem persamaan linier $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - y = -2 \end{cases}$ dengan cara grafik.



Penyelesaian:

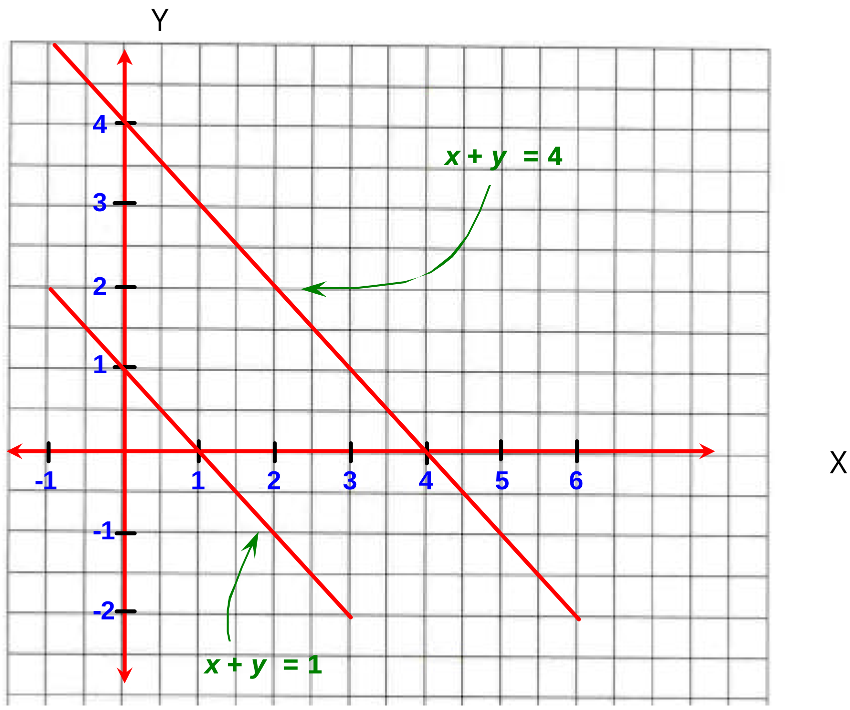
Kedua garis tersebut berpotongan di titik (0,2).

Jadi (0,2) adalah satu-satunya penyelesaian dari sistem persamaan linier tersebut. Jadi penyelesaiannya adalah $x = 0$; $y = 2$.

Contoh 7:

Selesaikan sistem persamaan linier $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ dengan cara grafik.

Penyelesaian:

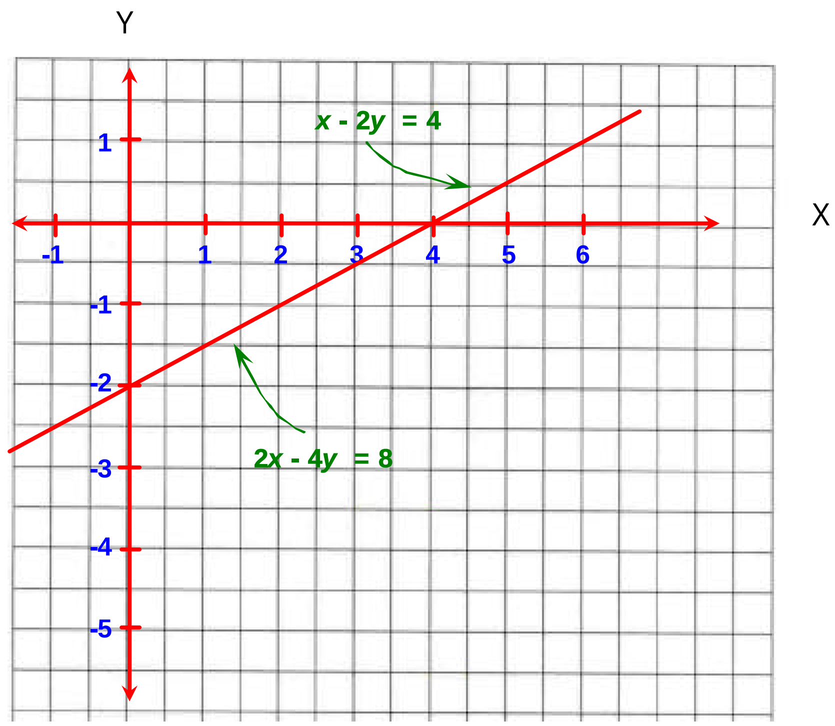


Kedua garis tersebut sejajar (tidak ada titik potongnya). Oleh karena itu tidak ada penyelesaian dari sistem persamaan linier tersebut.

Contoh 8:

Selesaikan sistem persamaan linier $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$ dengan cara grafik.

Penyelesaian:



Grafik kedua garis tersebut berimpit. Oleh karena itu setiap titik pada garis tersebut memenuhi kedua persamaan.

Jadi ada tak terhingga banyaknya penyelesaian dari sistem persamaan linier dengan dua peubah tersebut.

Contoh 9:

Tentukan dua buah bilangan yang jumlahnya 6 dan selisihnya 4.

Penyelesaian:

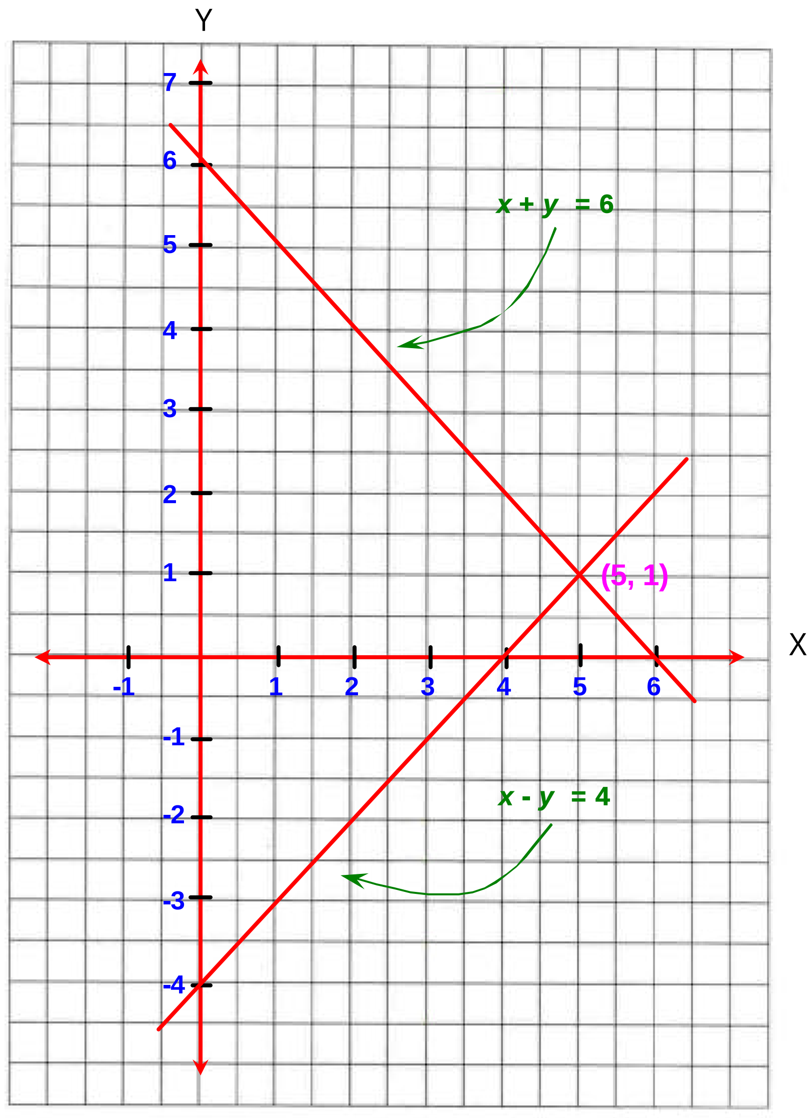
Misalkan *x:* bilangan pertama

y: bilangan kedua

Sistem persamaan linier yang sesuai dengan permasalahan di atas adalah:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Grafik masing-masing persamaan tersebut adalah:



Kedua garis berpotongan di titik (5,1). Jadi kedua bilangan itu adalah 5 dan 1.

2. Cara Eliminasi

Mengeliminasi artinya adalah menghilangkan. Cara eliminasi dilakukan dengan cara "menghilangkan" salah satu peubah. Dengan demikian, persamaan yang semula terdiri dari dua peubah akhirnya menjadi satu peubah. Selanjutnya dapat ditentukan penyelesaiannya. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 10:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{array}{l} ?\ 3x ? y ? 1 \\ ? \\ ?2x ? 3y ? 8 \end{array}$ dengan cara eliminasi.

Penyelesaian:

Untuk mengeliminir peubah x dapat dilakukan dengan mengalikan kedua ruas persamaan pertama dengan 2 dan mengalikan kedua ruas persamaan ke dua dengan 3 kemudian mencari selisihnya.

$$\begin{array}{lll} 3x ? y ? 1 & ?\ 2 & 6x ? 2y ? 2 \\ 2x ? 3y ? 8 & ?\ 3 & 6x ? 9y ?\ 24 \quad - \\ \hline & & 11y ?\ ?22 \end{array} \quad \text{maka } y ?\ ?2.$$

Untuk mengeliminir peubah y dapat dilakukan dengan mengalikan kedua ruas persamaan pertama dengan 3 dan mengalikan kedua ruas persamaan ke dua dengan 1 (tetap) kemudian menjumlahkannya.

$$\begin{array}{lll} 3x ? y ? 1 & ?\ 3 & 9x ? 3y ? 3 \\ 2x ? 3y ? 8 & ?\ 1 & 2x ? 3y ? 8 \quad + \\ \hline & & 11x \quad ?\ 11 \end{array} \quad \text{maka } x ? 1.$$

Penyelesaian sistem persamaan di atas adalah $x ? 1;\ y ?\ ?2$.

Contoh 11:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{array}{l} ?5x ? 6y ?\ 25 \\ ? \\ ?\ 2x ? 3y ? 11 \end{array}$ dengan cara eliminasi.

Penyelesaian:

Untuk mengeliminir peubah x dapat dilakukan dengan mengalikan kedua ruas persamaan pertama dengan 2 dan mengalikan kedua ruas persamaan ke dua dengan 5 kemudian mencari selisihnya.

$$5x ? 6y ? 25 \quad ? 2 \quad 10x ? 12y ? 50$$

$$2x ? 3y ? 11 \quad ? 5 \quad 10x ? 15y ? 55 \; -$$

$$?3y ? ?5 \quad \text{maka } y ? \frac{5}{3}.$$

Untuk mengeliminir peubah y dapat dilakukan dengan mengalikan kedua ruas persamaan pertama dengan 1 (tetap) dan mengalikan kedua ruas persamaan ke dua dengan 2 kemudian mencari selisihnya.

Penyelesaian sistem persamaan di atas adalah $x ? 1;\; y ? ?2$.

$$5x ? 6y ? 25 \quad ? 1 \quad 5x ? 6y ? 25$$

$$2x ? 3y ? 11 \quad ? 2 \quad 4x ? 6y ? 22 \; -$$

$$x \qquad ? 3$$

Penyelesaian sistem persamaan di atas adalah $x ? 3;\; y ? \frac{5}{3}$.

3. Cara Substitusi

Mensubstitusi artinya adalah menggantikan. Cara substitusi dilakukan dengan cara mencari nilai salah satu peubah pada suatu persamaan kemudian menggantikan nilai itu pada persamaan yang lain. Cara ini lebih efisien jika dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang peubahnya ada yang berkoefisien 1. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 11:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x ? y ? 1 \\ 2x ? 3y ? 8 \end{cases}$ dengan cara substitusi.

Penyelesaian:

Dari persamaan pertama diperoleh $y ? 1 ? 3x$. Kemudian nilai y ini digantikan pada y pada persamaan ke dua, sehingga diperoleh persamaan $2x ? 3(1 ? 3x) ? 8$.

$? \quad 11x ? 3 ? 8$

$? \quad 11x ? 11$

$? \quad x ? 1.$

Nilai $x ? 1$ ini kita gantikan pada nilai x pada persamaan $y ? 1 ? 3x$, sehingga diperoleh $y ? 1 ? 3(1)$ atau $y ? ?2$.

Contoh 12:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x ? 2y ? ?1 \\ 2x ? y ? 4 \end{cases}$ dengan cara substitusi.

Penyelesaian:

Dari persamaan ke dua diperoleh $y ? 4 ? 2x$. Kemudian nilai y ini digantikan pada y pada persamaan pertama, sehingga diperoleh persamaan $3x ? 2(4 ? 2x) ? ?1$.

$? \quad 7x ? 8 ? ?1$

$? \quad 7x ? 7$

$? \quad x ? 1.$

Nilai $x ? 1$ ini kita gantikan pada nilai x pada persamaan $y ? 4 ? 2x$, sehingga diperoleh $y ? 4 ? 2(1)$ atau $y ? 2$.

Catatan:

Sering kali dalam menyelesaikan suatu SPL digunakann cara eliminasi dan substitusi sekaligus pada suatu soal. Cara yang demikian dinamakan cara kombinasi eliminasi dan substitusi.

4. Menggunakan determinan

Cara ini didasari oleh konsep matriks, khususnya perkalian matriks dan invers suatu matriks.

Bentuk umum sistem persamaan linier dua peubah (dalam x dan y) adalah:

$$\begin{cases} ax ? by ? p \\ cx ? dy ? q \end{cases}$$

Sistem persamaan tersebut dapat ditulis dalam perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Jika dimisalkan A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan B= $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$, maka sistem persamaan linier $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$ dapat ditulis dengan A.X = B. Menyelesaikan sistem persamaan tersebut berarti kita mencari matriks X.

Jika matriks A punya invers ($ad - bc \neq 0$) maka diperoleh $A^{-1}(A.X) = A^{-1}.B$ yang ekuivalen dengan $X = A^{-1}B$. Dengan demikian kita peroleh penyelesaiannya. Untuk lebih memahami, perhatikan contoh berikut.

Perlu diingat kembali bahwa jika A= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ jika $ad - bc \neq 0$.

Contoh 13:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$ dengan cara menggunakan determinan.

Penyelesaian:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.

$$A^{-1} = \frac{1}{-9-2}\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Sehingga $X = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix} = -\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -11 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Dengan demikian penyelesaiannya adalah $x = 1; y = -2$.

Contoh 14:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3s + 2t - 1 = 0 \\ 2s + 4 = -y \end{cases}$ dengan cara menggunakan determinan.

Penyelesaian:

SPL $\begin{cases} 3s - 2t + 1 = 0 \\ 2s - 4 = -y \end{cases}$ dapat ditulis dengan $\begin{cases} 3s - 2t = -1 \\ 2s + t = 4 \end{cases}$.

$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$A^{-1} = \dfrac{1}{3+4}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Sehingga $X = \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Dengan demikian penyelesaiannya adalah $x = 1; y = 2$.

Rangkuman 4

- Persamaan yang memuat dua peubah, pangkat peubahnya adalah satu dan tidak ada perkalian atau pembagian antar peubah itu disebut ***persamaan linier dua peubah.***
- Dua atau lebih dari persamaan linier dua peubah yang berlaku secara serentak disebut sistem persamaan linier dua peubah. Untuk menotasikan persamaan-persamaan itu berlaku secara serentak digunakan notasi “$\{$ ”.
- Menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dapat dilakukan dengan cara grafik, eliminasi, substitusi, menggunakan determinan.
- Cara grafik dilakukan dengan menentukan titik-titik yang dilaui oleh kedua garis.
- Cara eliminasi dilakukan dengan “menghilangkan” salah satu peubah. Dengan demikian, persamaan yang semula terdiri dari dua peubah akhirnya menjadi satu peubah.

- Cara substitusi dilakukan dengan cara mencari nilai salah satu peubah pada suatu persamaan kemudian menggantikan nilai itu pada persamaan yang lain.
- Cara menggunakan determinan:

  SPL $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$ dapat ditulis $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

  Jika dimisalkan A= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan B= $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$, maka sistem persamaan linier $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$ dapat ditulis dengan A.X = B.

  Jika matriks A punya invers ($ad - bc \neq 0$) maka diperoleh $A^{-1}(A.X) = A^{-1}.B$ yang ekuivalen dengan $X = A^{-1}B$.
- Cara menggunakan determinan hanya dapat digunakann jika determinan matriks A tidak nol.

Tugas 4

Kerjakan soal-soal berikut secara individu, jika ada kesulitan diskusikan dengan teman anda!

Selesaikan SPL berikut dengan cara yang menurut anda efisien.

1. $\begin{cases} 3a \,?\, 4b = 13 \\ 2a \,?\, 3b = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5m \,?\, 2n \,?\, 5 = 0 \\ 10m \,?\, 4n \,?\, 7 = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{x \,?\, 2}{3} \,?\, \dfrac{2b \,?\, 3}{5} = 2 \\ \dfrac{2x \,?\, 1}{3} \,?\, \dfrac{b \,?\, 1}{2} = 1 \end{cases}$

Tes Formatif 4

Periksa apakah pasangan bilangan berikut merupakan penyelesaian dari sistem persamaan yang diberikan atau tidak! Kemukakan argumentasi anda!

1. (3, -1); $\begin{cases} 3x ? 2y ? 8 \\ x ? 3y ? 0 \end{cases}$

2. (2, 1); $\begin{cases} x ? 2y ? 0 \\ 2x ? y ? 5 \end{cases}$

3. (2, -3); $\begin{cases} ? 2a ? 7b ? a ? 3b ? 4 \\ ? 4a ? 9 ? 3a ? 5b ? 3 \end{cases}$

Selesaikan SPL berikut dengan cara grafik (gunakan kertas berpetak!).

4. $\begin{cases} y ? x ? 1 \\ ? 3x ? y ? ?7 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x ? y ? ?3 \\ y ? 3x ? 7 \end{cases}$

Selesaikan SPL berikut dengan cara eliminasi dan substitusi

6. $\begin{cases} 2x ? y ? 4 \\ x ? 3y ? 2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x ? y ? 2 \\ 3x ? 12 ? ?3y \end{cases}$

8. $\begin{cases} ? 4x ? 2y ? ?4 \\ ? 5x ? y ? 6 ? 4 \end{cases}$

Selesaikan SPL berikut dengan cara menggunakan determinan.

9. $\begin{cases} 2x ? 4y ? 24 \\ 3x ? 2y ? 20 ? 0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4a ? 5b ? 1 \\ 3a ? 2b ? 5 ? 0 \end{cases}$

Selesaikan SPL berikut.

11. $$\begin{cases} \dfrac{2}{x} \;?\; \dfrac{3}{y} \;?\; 12 \\ \dfrac{3}{x} \;?\; \dfrac{1}{y} \;?\; 7 \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} \dfrac{6}{a} \;?\; \dfrac{5}{b} \;?\; 28 \\ \dfrac{7}{a} \;?\; \dfrac{2}{b} \;?\; 23 \end{cases}$$

Kunci jawaban formatif 4

1. Tidak
2. Ya
3. Tidak
6. $x \;?\; 2; y \;?\; 0$
7. $x \;?\; 2; y \;?\; 2$
8. $x \;?\; ?4 \; y \;?\; ?10$
9. $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \;?\; \frac{1}{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & ?2 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} ?2 & ?4 \\ ?3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ ?20 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{?1}{16} \begin{pmatrix} 32 \\ ?112 \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} ?2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

10. $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \;?\; \frac{1}{\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & ?2 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} ?2 & ?5 \\ ?3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ ?5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{?1}{23} \begin{pmatrix} 23 \\ ?23 \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} ?1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

11. Misalkan $\frac{1}{x} = p; \frac{1}{y} = q$, maka diperoleh SPL $\begin{cases} 2p + 3q = 12 \\ 3p - q = 7 \end{cases}$

    Penyelesaiannya adalah $p = 3; q = 2$. Sehingga diperoleh penyelesaian yang diminta adalah $x = \frac{1}{3}; y = \frac{1}{2}$

12. Misalkan $\frac{1}{a} = p; \frac{1}{b} = q$, maka diperoleh SPL $\begin{cases} 6p - 5q = 28 \\ 7p - q = 23 \end{cases}$

    Penyelesaiannya adalah $p = 3; q = -2$. Sehingga diperoleh penyelesaian yang diminta adalah $x = \frac{1}{3}; y = -\frac{1}{2}$

5. Kegiatan Belajar 5

Sistem Persamaan Linier

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ Memahami pengertian persamaan linier tiga peubah.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah dengan cara eliminasi.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah dengan cara substitusi.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah dengan menggunakan determinan.
- ✍ Menyelesaikan sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat.

b. Uraian Materi

Persamaan linier tiga peubah

Pengertian

Persamaan yang memuat tiga peubah, pangkat peubahnya adalah satu dan tidak ada perkalian atau pembagian antar peubah itu disebut ***persamaan linier tiga peubah.***

<u>Contoh 1:</u>

a) $2x ? 7y ? z ? 7 ? 0$ adalah persamaan linier tiga peubah dalam x, y dan z.

b) $? 7s ? 3t ? u ? 3t ? 7$ adalah persamaan linier tiga peubah dalam s, $t$dan u.

c) $\frac{3}{4}u ? 3v ? 5w ? 5u ? 6v ? 3$ adalah persamaan lnier tiga peubah dalam u, v dan w.

d) $? x ? 5xy ? 3 ? 4z$, bukan persamaan linier tiga peubah, karena ada suku perkalian antara x dan y.

e) $5x ? 4y ? 7z ? 1 ? 3z ? 5\frac{x}{y}$, bukan persamaan linier tiga peubah karena ada suku pembagian antara x dan y.

f) $p^2 ? q ? 3r ? 6 ? 2q$ bukan persamaan linier tiga peubah karena pangkat dari p adalah 2.

Sistem persamaan linier tiga peubah

Pengertian

Dua atau lebih dari persamaan linier tiga peubah yang berlaku secara serentak disebut sistem persamaan linier tiga peubah. Untuk menotasikan persamaan-persamaan itu berlaku secara serentak digunakan notasi "?".

Berikut ini adalah contoh sistem persamaan linier tiga peubah.

Contoh 2:

$$\begin{array}{l} ?2x ? 3y ? z ? 2 \\ ? \\ ?3x ? y ? 2z ? 5 \\ ? \\ ? \; x ? y ? z ? 9 \end{array}$$

Contoh 3:

$$\begin{array}{l} ? \; u ? 2v ? w ? 2 \\ ? \\ ?2u ? 3v ? w ? ?3 \\ ? \\ ? \; u ? v ? 2w ? 7 \end{array}$$

Menyelesaikan Sistem persamaan linier tiga peubah

Pengertian

Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah artinya adalah mencari nilai pengganti dari setiap peubah sehingga jika peubah pada setiap persamaan diganti dengan nilai yang dimaksud, maka persamaan itu berubah menjadi kalimat yang bernilai benar.

Contoh 4:

$x ? 0$; $y ? 1$; $z ? ?2$ adalah penyelesaian dari sistem persamaan linier $\begin{array}{l} ?2x ? 3y ? 2z ? 7 \\ ? \ x ? y ? 3z ? ?7 \\ ? \ ? x ? y ? z ? 1 \end{array}$, karena jika pada ketiga persamaan di atas peubah x diganti dengan 0, y diganti dengan 1 dan z diganti –2, maka diperoleh tiga pernyataan:

a) $2(0) ? 3(1) ? 2(?2) ? 7$

b) $0 ? 1 ? 3(?2) ? ?7$

c) $? 0 ? 1 ? (?2) ? 1$, dan ketiga pernyataan tersebut adalah benar.

Contoh 5:

$u ? 1$; $v ? ?1$; $w ? 0$ ***bukan*** penyelesaian dari sistem persamaan linier $\begin{array}{l} ? \ 2u ? 3v ? w ? 2 \\ ?? \ 3u ? v ? w ? ?4 \\ ? \ u ? v ? 2w ? ?1 \end{array}$, karena jika pada kedua persamaan di atas peubah u diganti dengan 5, v diganti dengan –1 dan w diganti dengan 0, maka diperoleh tiga pernyataan:

a) $2(1) ? 3(?1) ? 0 ? 2$

b) $? 3(1) ? (?1) ? 0 ? ?4$

c) $1 ? (?1) ? 2(0) ? ?1$

Pernyataan a) dan c) bernilai salah. Pernyataan b) bernilai benar.

Karena ada pernyataan yang salah, maka $u ? 5$; $v ? ?1$; $w ? 0$ bukan penyelesaian sistem persamaan linier $\begin{array}{l} ? \ 2u ? 3v ? w ? 2 \\ ?? \ 3u ? v ? w ? ?4 \\ ? \ u ? v ? 2w ? ?1 \end{array}$.

Cara Menyelesaikan Sistem persamaan linier tiga peubah

Tiga cara berikut dapat dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah, yaitu: ***cara eliminasi, cara substitusi*** dan ***menggunakan determinan***. Tiap cara tersebut diuraikan berikut ini.

1. Cara Eliminasi

Cara eliminasi untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah dapat dikembangkan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah. Langkah-langkahnya juga sama seperti dalam menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 6:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 7 \\ x - y + 3z = -7 \\ -x - y - z = 1 \end{cases}$ dengan cara eliminasi.

Penyelesaian:

Untuk mengeliminir peubah x dapat dilakukan dengan menjumlahkan persamaan kedua dengan ketiga, sehingga diperoleh persamaan

$-2y + 2z = -6$

Sedangkan jika persamaan pertama dikurangi dua kali persamaan ke dua, diperoleh:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y - 2z = 7 \\ 2x - 2y + 6z = -14 \quad - \\ \hline 5y - 8z = 21 \end{array}$$

Kita peroleh dua persamaan linier dua peubah $-2y + 2z = -6$ dan $5y - 8z = 21$. Dengan menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah tersebut, diperoleh $y = 1 \; dan \; z = -2$. Dengan mensubstitusikan nilai-nilai itu pada salah satu persamaan semula, diperoleh nilai $x = 0$.

Contoh 7:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x ? 2y ? 6z ? 12 \text{ ....(1)} \\ 5x ? 4y ? 2z ? 0 \text{ ....(2)} \\ 6x ? z ? 26 \text{ ....(3)} \end{cases}$

dengan cara eliminasi.

Penyelesaian:

(3) ? 2 ⟶ $12x ? 2z ? 52$

(2) ⟶ $10x ? 15y ? 55$ -

$7x ? 4y ? 52$ ....(4)

(1) ⟶ $3x ? 2y ? 6z ? 12$

(3) ? 6 ⟶ $36x ? 6z ? 156$ +

$39x ? 2y ? 168$ ....(5)

(4) ⟶ $7x ? 4y ? 52$

(5) ? 2 ⟶ $78x ? 4y ? 336$ -

$? 71x ? ?284$

$$x ? \frac{?284}{?71} ? 4$$

Substitusikan $x ? 4$ ke persamaan (4) diperoleh:

$7.(4) ? 4y ? 52$

$? \quad 4y ? 24$

$? \quad y ? 6$

Substitusikan $x ? 4$ ke persamaan (3) diperoleh:

$6.(4) ? z ? 26$

$? \quad 24 ? z ? 26$

$? \quad z ? 2$

Jadi penyelesaiannya adalah $x ? 4; y ? 6; z ? 2$.

Himpunan penyelesaiannya adalah {(4, 6, 2)}.

2. Cara Substitusi

Cara substitusi yang dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dua peubah juga dapat dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah. Berikut diberikan contoh menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah.

Contoh 8:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{array}{l} ?\,3x ? 2y ? 6z ? 12 \text{ ....(1)} \\ ?\,5x ? 4y ? 2z ? 0 \text{ ....(2)} \\ ?\,6x ? z ? 26 \text{ ....(3)} \end{array}$$

dengan cara substitusi.

Penyelesaian:

Dari persamaan (3) diperoleh:

$$z ? 26 ? 6x \text{ ....(4)}$$

Substitusikan (4) ke persamaan (1), diperoleh:

$$3x ? 2y ? 6(26 ? 6x) ? 12$$

$$? \quad 39x ? 2y ? 168$$

$$? \quad 2y ? 168 ? 39x \text{ ....(5)}$$

Substitusikan (4) ke (2), diperoleh:

$$5x ? 4y ? 2(26 ? 6x) ? 0$$

$$? \quad 5x ? 4y ? 52 ? 12x ? 0$$

$$? \quad ? 7x ? 4y ? ?52 \text{ ....(6)}$$

Substitusikan (5) ke (6), diperoleh:

$$? 7x ? 2.(168 ? 39x) ? ?52$$

$$? \quad ? 7x ? 336 ? 78x ? ?52$$

$$? \quad 71x ? 284$$

$$5x ? 4y ? 2(26 ? 6x) ? 0$$

$$? \quad 5x ? 4y ? 52 ? 12x ? 0$$

$$? \quad x ? 4 \text{ ....(7)}$$

Substitusikan (7) ke (5), diperoleh:

$$2y ? 168 ? 39.(4)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2y = 12$$

$$\Leftrightarrow \quad y = 6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

Substitusikan (7) ke (4), diperoleh:

$$z = 26 - 6.(4)$$

$$\Leftrightarrow \quad z = 2$$

Penyelesaiannya adalah $x = 4; y = 6; z = 2$

Himpunan penyelesaiannya adalah {(4, 6, 2)}.

3. Menggunakan determinan

Bentuk umum sistem persamaan linier tiga peubah (tiga persamaan) adalah:

$$\begin{cases} ax + by + cz = p \\ dx + ey + fz = q \\ gx + hy + iz = r \end{cases}.$$

Sistem persamaan linier di atas dapat dinyatakan sebagai $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$. Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$, maka sistem persamaan linier di atas dapat ditulis A.X=B.

Menyelesaikan sistem persamaan tersebut berarti kita mencari matriks X.

Jika matriks A punya invers (det(A)$\neq$0) maka diperoleh $A^{-1}(A.X) = A^{-1}.B$ yang ekuivalen dengan $X = A^{-1}B$. Dengan demikian kita peroleh penyelesaiannya. Untuk lebih memahami, perhatikan contoh berikut.

Perlu diingat kembali:

- Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}.Adj.A.\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$.
- Det(A) = $a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = aei + gbf + dhc - ahf - dci - gec$

$\Rightarrow \quad \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = e.i - h.f$.

$$\Rightarrow \quad \text{Adj.A} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Contoh 9:

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x + 2y - 6z = 12 \\ 5x - 4y + 2z = 0 \\ \quad 6x + z = 26 \end{cases}$ dengan menggunakan determinan.

Penyelesaian:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 6z = 12 \\ 5x - 4y + 2z = 0 \\ \quad 6x + z = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 5 & -4 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 26 \end{pmatrix}.$$

Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 5 & -4 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 26 \end{pmatrix}$, maka:

det (A) = 3.(-4).1 + 2.(2).6 + (-6).5.(0) - 6.(-4).-6 - 0.(2).3 – 1.(5).2 = -142,

$$\text{Adj.A} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -20 \\ 7 & 39 & -36 \\ 24 & 12 & -22 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\frac{1}{142} \begin{pmatrix} -4 & -2 & -20 \\ 7 & 39 & -36 \\ 24 & 12 & -22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = -\frac{1}{142} \begin{pmatrix} -586 \\ -852 \\ -284 \end{pmatrix}.$$

Penyelesaiannya adalah $x ? 4; y ? 6; z ? 2$

Himpunan penyelesaiannya adalah {(4, 6, 2)}.

Sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat

Anda telah mempelajari cara menyelesaikan persamaan kuadrat. Cara itu dapat digunakann untuk menyelesaikan sistem persamaan dua peubah, satu linier dan satu kuadrat dengan terlebih dahulu melakukan substitusi salah satu peubahnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan beberapa contoh berikut.

<u>Contoh 10:</u>

Selesaikan sistem persamaan $\begin{matrix} ? \, y ? x^2 ? 6x ? 5 \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ?1? \\ ? \\ ? \, x ? y ? 1 \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ?2? \end{matrix}$

<u>Penyelesaian:</u>

Cara 1

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) ke persamaan (1) diperoleh persamaan $y ? (y ? 1)^2 ? 6(y ? 1) ? 5$. Persamaan itu ekuivalen dengan persamaan

$$y ? y^2 ? 2y ? 1 ? 6y ? 6 ? 5$$

$$? \quad y^2 ? 5y ? 0$$

$$? \quad y(y ? 5) ? 0$$

$$? \quad y ? 0 \; atau \; y ? 5$$

Nilai $y ? 0$ jika disubstitusikan ke persamaan (2) diperoleh $x ? 1$, dan jika nilai $y ? 5$ disubstitusikan ke persamaan (2) diperoleh $x ? 6$.

Jadi himpunan penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah {(1, 0), (6, 5)}.

Cara 2

Dari persamaan (2) diperoleh $y ? x ? 1$ ....(3)

Dengan mensubstitusikan persamaan (3) ke persamaan (1) diperoleh persamaan $x ? 1 ? x^2 ? 6x ? 5$. Persamaan itu ukuivalen dengan persamaan

$$x^2 ? 7x ? 6 ? 0$$

$? \quad (x ? 6)(x ? 1) ? 0$

$? \quad x ? 6 \; atau \; x ? 1$

Nilai $x ? 6$ jika disubstitusikan ke persamaan (2) atau persamaan (3) diperoleh $y ? 5$, dan jika nilai $x ? 1$ disubstitusikan ke persamaan (2) atau persamaan (3) diperoleh $y ? 0$.

Jadi himpunan penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah {(1, 0), (6, 5)}.

Contoh 11:

Selesaikan sistem persamaan $\begin{cases} ? x ? y ? 0 & \text{.................................} ?1? \\ ? x^2 ? y^2 ? 10 & \text{..............................} ?2? \end{cases}$

Penyelesaian:

Dari persamaan (1) diperoleh $y ? x$ ....(3)

Dengan mensubstitusikan persamaan (3) ke persamaan (2) diperoleh persamaan $x^2 ? x^2 ? 10$. Persamaan itu ekuivalen dengan persamaan

$2x^2 ? 10$

$? \quad x^2 ? 5$

$? \quad x ? \sqrt{5} \; atau \; x ? ?\sqrt{5}$

Dari persamaan (3) untuk $x ? \sqrt{5}$ diperoleh nilai $y ? \sqrt{5}$ dan untuk $x ? ?\sqrt{5}$ diperoleh nilai $y ? ?\sqrt{5}$.

Jadi himpunan penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah $\{((\sqrt{5}, \sqrt{5}), (?\sqrt{5}, ? \sqrt{5})\}$.

c. Rangkuman 5

? Persamaan yang memuat tiga peubah, pangkat peubahnya adalah satu dan tidak ada perkalian atau pembagian antar peubah itu disebut ***persamaan linier tiga peubah.***

? Dua atau lebih dari persamaan linier tiga peubah yang berlaku secara serentak disebut sistem persamaan linier tiga peubah. Untuk menotasikan persamaan-persamaan itu berlaku secara serentak digunakan notasi “? ”.

? Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah artinya adalah mencari nilai pengganti dari setiap peubah sehingga jika peubah pada setiap persamaan diganti dengan nilai yang dimaksud, maka persamaan itu berubah menjadi kalimat yang bernilai benar.

? Menyelesaikan sistem persamaan linier tiga peubah dapat dilakukan dengan cara eliminasi, substitusi dan menggunakan determinan.

? Jika $A ? \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka $A^{?1} ? \frac{1}{\det(A)}.Adj.A.\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$.

? Det(A) = $a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} ? b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} ? c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = aei ? gbf ? dhc ? ahf ? dci ? gec$

? $\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} ? e.i ? h.f$.

? Adj.A= $\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & ?\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ ?\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & ?\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & ?\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{vmatrix}$

? Cara menyelesaikan sistem persamaan linier dengan tiga peubah:

Bentuk umum sistem persamaan linier tiga peubah (tiga persamaan) adalah

$$\begin{cases} ax ? by ? cz ? p \\ dx ? ey ? fz ? q \\ gx ? hy ? iz ? r \end{cases}.$$

Sistem persamaan linier di atas dapat dinyatakan sebagai $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$. Jika $A ? \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, $X ? \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ dan $B ? \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$, maka sistem persamaan linier di atas dapat ditulis A.X=B.

Penyelesaian SPL diatas adalah $X ? A^{?1}B$ (jika matriks A punya invers atau det(A)?0).

d. Tugas 5

Kerjakan soal-soal berikut secara individu, jika ada kesulitan diskusikan dengan teman anda!

1. Selesaikan SPL berikut dengan cara eliminasi, substitusi dan menggunakan determinan. Setelah itu, kemukakan pendapat anda cara manakah yang lebih efisien.

$$\begin{cases} 2x ? y ? 3z ? ?5 \\ x ? 2y ? z ? 8 \\ x ? 2y ? 3z ? 6 \end{cases}$$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} x.y ? 4 \\ 2x ? y ? 2 ? 0 \end{cases}$

e. Tes Formatif 5

1. Selesaikan dengan cara eliminasi sistem persamaan

$$\begin{cases} ?x ? 2y ? z ? 6 \\ 3x ? 3y ? 2z ? 23 \\ 4x ? y ? 2z ? 10 \end{cases}$$

2. Selesaikan dengan cara substitusi sistem persamaan
$$\begin{matrix} ?x ? 3y ? 2z ? ?4 \\ ? \\ ?\ 2x ? y ? z ? 10 \\ ? \\ ?\ x ? 2y ? z ? 0 \end{matrix}$$

3. Selesaikan dengan menggunakan determinan sistem persamaan
$$\begin{matrix} ?2x ? 4y ? 3z ? 14 \\ ? \\ ?\ x ? y ? 2z ? ?3 \\ ? \\ ?\ x ? 3y ? ?1 \end{matrix}$$

4. Selesaikan sistem persamaan
$$\begin{matrix} ?\ \dfrac{a ? b ? 4}{c} ? 1 \\ ? \\ ?\ \dfrac{2a ? b ? 2}{c} ? 2 \\ ? \\ ?\ \dfrac{a ? b}{c} ? 5 \\ ? \end{matrix}$$

5. Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{matrix} ?x^2 ? y^2 ? 4x ? 6y ? 60 ? 0 \\ ? \\ ?\ x ? y ? 10 \end{matrix}$$

f. Kunci jawaban formatif 5

1. $x ? 3; y ? 4; z ? 1$
2. $x ? 3; y ? 1; z ? ?5$
3. $x ? 2; y ? ?1; z ? ?2$
4. $a ? ?{}^5\!/_3; b ? ?{}^{10}\!/_3; c ? ?1$
5. HP = { (-10, -20), (0, -10) }

BAB III. EVALUASI

A. Soal Tes Evaluasi

1. Selesaikan persamaan kuadrat berikut ini!

   a. $2x^2 ? 4\sqrt{5}\,x ? 2 ? 0$

   b. $(m ? 1)x^2 ? ?2mx ? (1 ? m);\ m ?$ -1.

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $x^2 ? 3x ? 5x ? 2x^2$

3. Tentukan nilai m agar persamaan kuadrat $(m ? 2)x^2 ? (m ? 2)x ? m ? 1 ? 0$ mempunyai dua akar yang sama.

4. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 ? 2ax ? 12b ? 0$ adalah -5 sedangkan hasilkalinya adalah -24. Tentukan nilai $a^2 ? b^2$.

5. Selesaikan sistem persamaan
$$\begin{array}{l} ?\ \dfrac{x ? 2}{3} ? 2 ? \dfrac{2b ? 3}{5} \\ ?\ \dfrac{2x ? 1}{3} ? \dfrac{b ? 1}{2} ? 1 \end{array}$$

6. Selesaikan sistem persamaan
$$\begin{array}{l} ?\ ?\ 2x ? 4y ? 2z ? 12 \\ ?\ 3x ? 3y ? 2z ? 23 \\ ?\ ?\ 4x ? y ? 2z ? ?10 \end{array}$$

7. Selesaikan sistem persamaan
$$\begin{array}{l} ?\ x^2 ? xy ? y^2 ? ?11 \\ ?\ 2x ? y ? 1 \end{array}$$

B. Kunci Jawaban Tes Evaluasi

1. a) $x_1 = \sqrt{5} + \sqrt{6}$

   $x_2 = \sqrt{5} - \sqrt{6}$

   b) $x_1 = \frac{1 ? m}{m ? 1}$

   $x_2 = -1$

2. $x<0$ atau $x > \frac{8}{3}$

3. $m_1 = \frac{8 ? 4\sqrt{13}}{6}$

   m2= $\frac{8 ? 4\sqrt{13}}{6}$

4. 9

5. x=2; b=-$\frac{1}{3}$

6. x=3; y=4; z=1

7. x=-2atau x= 5

BAB IV. PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, Anda berhak untuk mengikuti tes praktek untuk menguji kompetensi yang telah Anda pelajari. Apabila Anda dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini, maka Anda berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada guru untuk uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak industri atau asosiasi yang berkompeten apabila Anda telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari guru atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak industri atau asosiasi profesi. Kemudian selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat Anda berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh dunia industri atau asosiasi profesi.

DAFTAR PUSTAKA

Anton Howard, *Elementary Linier Algebra, Fifth Edition (Terjemahan),* Erlangga, Jakarta, 1987

Sukahar, *Aljabar,* University Press IKIP Surabaya, Surabaya, 1994